技術論文

翼・ディスク系の共振応答と不釣合い量の多目的最適化に関する研究

Study on The Optimization of Blade Resonant Response and Amount of Unbalance

金子 康智[*1] KANEKO Yasutomo
渡邉 敏生[*2] WATANABE Toshio
古川 達也[*3] FURUKAWA Tatsuya

ABSTRACT

This study proposes a practical optimization method of bladed disks that makes resonant response and amount of unbalance of the bladed disk small by sorting the blades on a disk. To verify the proposed optimization method, first, the original mistuned bladed disk is generated by Monte Carlo simulations. Second, the optimal bladed disk with a small amplification factor and a small amount of unbalance is searched by using Monte Carlo simulations and the genetic algorithm. The amplification factor and the amount of unbalance of the optimal bladed disk are compared with those of the original bladed disk. In addition, the amount of unbalance of the optimal bladed disk is also compared with that by the conventional balancing method. From the analysis results, the validity of the proposed optimization method is verified. Applying the proposed method, the reliability of bladed disks can be increased without increasing the manufacturing cost.

キーワード： ガスタービン，蒸気タービン，強制振動，ミスチューニング，不釣合い量，最適設計
Key words： Gas Turbine, Steam Turbine, Forced Vibration, Mistuning, Amount of Unbalance, Optimal Design

1．緒言

ターボ機械の動翼の損傷原因は，高サイクル疲労や腐食疲労など振動に起因するものが最も多く，設計段階で翼に発生する振動応力を正確に予測し，振動強度を向上させることが不可欠になっている。このため，翼の共振応力を低減させるために，従来の翼設計では，

(1)運転回転数範囲内で明瞭な加振力との共振を回避させる。
(2)動静翼間距離の拡大などにより加振力を低減させる。
(3)クロッキングや非対称配置静翼構造を利用して加振力を低減させる(1)。
(4)プラットフォーム型ダンパやシュラウド翼構造などを採用して構造減衰を付加する(2)。

などの対策が取られてきた。また，ミスチューンによる共振応答の増大効果を抑制するため，設計段階で個々の翼に意図的なミスチューンを与え，工作誤差や材料定数の変動により生じるランダムミスチューンの影響を緩和する方法も検討されている(3)。

一方，これらの設計段階での対策とは別に，可変速機で明瞭な加振力との共振回避が困難な単独翼構造の翼・ディスク系（翼１本１本をディスクに植え込む翼構造を有する翼・ディスク系）に対しては，翼を製作した後に個々の翼の固有振動数を計測し，明瞭な加振力との共振応力が最小になるようにディスク上に翼を配置することが共振応力低減対策として有効であると考えられる(4)。なお，明瞭な加振力とは，偏流による低次のハーモニック加振力や翼列干渉による加振力のように，翼の振動強度設計において強度評価が必要な加振力を意味している。このため本研究では，個々の翼の固有振動数計測結果と重量計測結果を利用して，翼の共振応答と軸振動の原因になる不釣合い量を同時に考慮した最適配列を探索する手法を提案する。具体的には，Fig. 1に示すような振動試験により全数の翼の固有振動数を計測した後，計測した翼の固有振動数分布と質量分布に対応する翼・ディスク系（ミスチューン系）の解析モデルを作成する。つぎに，ミスチューン系に発生する共振応答と不釣合い量の解析を行い，モンテカルロ法や最適化手法DDE（Discrete Differential Evolution）(5)を利用して，共振応答と不釣合い量の両方が最適になる翼の配列を求める。DDEは遺伝的アルゴリズムに基づく最適化手法であり，整数や離散的な変数を効率良く取り扱うことができる。最適配列を求めるためには，翼・ディスク系の共振応答解析を繰

原稿受付　2019年11月28日
査読完了　2020年５月18日
＊1　龍谷大学
〒520-2194　大津市瀬田大江町横谷１－５
E-mail: y_kaneko@rins.ryukoku.ac.jp
＊2　三菱重工業㈱
〒676-8686　高砂市荒井町新浜２－１－１
＊3　三菱日立パワーシステムズ㈱
〒676-8686　高砂市荒井町新浜２－１－１

Download service for the GTSJ member of ID , via 216.73.216.124, 2025/08/23.

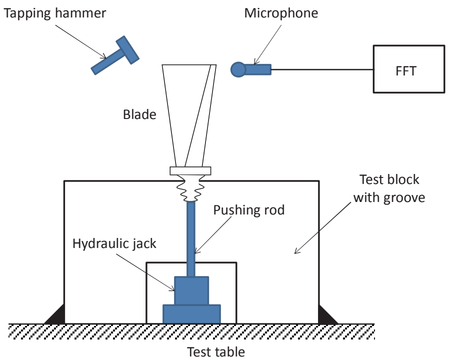

Fig. 1　Set-up for frequency measurement of blade

り返し行うことが必要になるため，計算負荷が小さい等価ばね・質量モデル[6]を利用する。

提案する最適化手法を典型的な単独翼構造の翼・ディスク系モデルに適用して数値シミュレーションを行い，共振応答や不釣合い量の低減効果を確認するとともに，従来のバランス法との比較を行う。

2．解析方法

2.1　ミスチューン系の共振応答解析

単独翼構造の翼・ディスク系をFig. 2に示す等価ばね・質量モデルで表す。Fig. 2において，m_1^i, k_1^i, c_1^iは翼の等価質量，等価剛性，等価減衰係数であり，m_2, k_3はディスクの等価質量，等価剛性である。また，k_4はディスクの周方向の連成を表す等価剛性である。上添え字iがついている量は個々の翼で値が異なることを示す。簡単のため，以下の説明では「等価」という語句を省略し，「等価質量」は単に「質量」として説明する。なお，Fig. 2の等価ばね・質量モデルは，翼・ディスク系の振動特性を表すことができる最も単純な力学モデルであり，m_1^iやm_2の運動方向はx方向のみである。すなわち，k_1^i, k_3, k_4は何れもx方向の変位に対するばねになる。

Fig. 2に示す翼・ディスク系が，偏流などに起因するハーモニック加振力を受けるとき，翼・ディスク系全体の運動方程式は式(1)で表すことができる。ただし，減衰項はモーダル減衰として導入するので式(1)では省いている。これは，翼の減衰は翼構造やモード毎にモーダル減衰として整理されることが多く，既存の設計データを解析に反映し易くするためである。

$$[M^i]\{\ddot{x}^i\}+[P^i]\{x^i\}+[Q^i]\{x^{i+1}\}+[Q^{i-1}]\{x^{i-1}\}=\{f^i\} \tag{1}$$

ここで，

$$[M^i]=\begin{bmatrix} m_1^i & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix},\ [P^i]=\begin{bmatrix} k_1^i & -k_1^i \\ -k_1^i & k_1^i+k_3+2k_4 \end{bmatrix}$$

$$[Q^i]=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -k_4 \end{bmatrix},\ \{x^i\}=\{x_1^i \quad x_2^i\}^T$$

$$\{f^i\}=\boldsymbol{f_e}\exp\{j(\omega t-\varphi^i)\}=\begin{Bmatrix} f^1 \\ 0 \end{Bmatrix}\exp\{j(\omega t-\varphi^i)\} \tag{2}$$

であり，$\{x^0\}=\{x^N\}$，$\{x^{N+1}\}=\{x^1\}$（N：全周の翼枚数）である。また，f^1は翼に作用するモーダル加振力の振幅（実数）である。ωは加振力の角振動数，φ^iは翼・ディスク系が回転することによって生じる位相角であり，ロータの回転数をΩ，加振力のハーモニック数をHとすると式(3)で表すことができる。

$$\omega=H\Omega,\quad \varphi^i=\alpha_H(i-1),\qquad \alpha_H=\frac{2\pi H}{N} \tag{3}$$

式(1)の解を式(4)のように仮定し，モーダル法を適用すると，すなわち実験結果から得られるモーダル減衰を組み込んで加振ハーモニック数Hに対する周波数応答を求めると，式(5)が得られる。

$$\{x_W\}=\{x^1x^2\cdots x^N\}^T=\{X_W\}e^{j\omega t} \tag{4}$$

$$\{X_W\}=\sum_{r=1}^{2N}\frac{\{\phi_r\}^T\{F\}\{\phi_r\}}{k_r(1-\beta_r^2+2j\zeta_r\beta_r)} \tag{5}$$

$$\{F\}=\left\{\boldsymbol{f_e}\ \boldsymbol{f_e}e^{-j\alpha_H}\ \boldsymbol{f_e}e^{-j\alpha_H(i-1)}\cdots\boldsymbol{f_e}e^{-j\alpha_H(N-1)}\right\}^T$$

$$\beta_r=\frac{\omega}{\omega_r} \tag{6}$$

ここで下添え字Wは全周の翼・ディスク系を表している。また，$\{\phi_r\}$とω_rは，式(1)の右辺を零とおいた固有値方程式から求まる翼・ディスク系全体の固有ベクトルと固有振動数であり，下添え字rは振動モードの次数を表す。k_rはモーダル剛性，ζ_rはモーダル減衰比である。

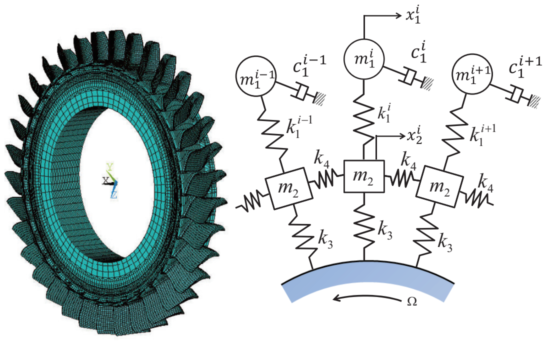
Fig. 2　Analysis model of bladed disk

2.2　ミスチューン系の不釣合い量の解析

翼・ディスク系を構成するi番目の翼の質量m_1^iを式(7)で定義すると，不釣合い量Uは式(8)から計算することができる。

$$m_1^i=\bar{m}_1+\Delta m_1^i \tag{7}$$

$$U=R_0\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{N}\Delta m_1^i\cos\theta^i\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{N}\Delta m_1^i\sin\theta^i\right)^2} \tag{8}$$

$$\theta^i=\frac{2\pi(i-1)}{N} \tag{9}$$

ここで，$\bar{m}_1$はディスク上の全翼の質量の平均値，Δm_1^iはi番目の翼の質量の偏差，θ^iは1番目の翼を基準にして測ったi番目の翼の周方向の取付け角度であり，式(9)で表すことができる。なお，ディスク翼溝の周方向位置

Download service for the GTSJ member of ID , via 216.73.216.124, 2025/08/23.

については偏差が小さいと考え，$\Delta\theta^i=0$と仮定している。R_0は翼の重心までの半径であり，各翼の重心は同一半径上にあると仮定している。なお，大型の翼では，各翼の重量と重心位置を計測してロータのバランシングを行うが，この場合は式(8)を式(10)のように変更すれば良い。ここで，R^iはi番目の翼の重心までの半径である。

$$U=\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{N}m_1^iR^i\cos\theta^i\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{N}m_1^iR^i\sin\theta^i\right)^2} \tag{10}$$

2.3 最適ミスチューン系の定義

本研究では，ハーモニック加振力により生じる翼の共振応答と軸振動の原因になる不釣合い量を同時に考慮して最適な翼の配列（最適ミスチューン系）を求めるが，具体的には式(11)の目的関数を最小にするミスチューン系を最適ミスチューン系と定義している。

$$Opt.index=C_A\cdot AF+C_U\cdot UF \tag{11}$$

$$AF=\max_i\left\{\frac{|X_w|_{mistuned}}{|X_w|_{tuned}}\right\} \tag{12}$$

$$UF=\frac{U_{aft}}{U_{ori}} \tag{13}$$

ここで，AFはチューン系に対するミスチューン系の共振応答の増大率（Amplification factor）であり式(12)で定義される。UFは翼の配列を変更する前の不釣合い量U_{ori}と配列変更後の不釣合い量U_{aft}との比率である。また，C_AとC_UはAFとUFに対する重み係数である。本研究では，提案する手法が実際の翼の開発に適用できるかどうかを検証することを目的にしており，一番単純なケースとして，今回の計算ではC_AとC_Uを何れも1.0にしている。

3．解析結果

3.1 解析モデル

Fig. 3に解析に使用した翼・ディスク系（N=28）の固有振動数を示す。翼・ディスク系の共振応答の解析では，1次モード族と偏流（H=4）との共振を解析対象にしており，翼・ディスク系の対数減衰率（δ）は全てのモードに対して0.01（モーダル減衰比に換算すると$\zeta_r\fallingdotseq\delta/(2\pi)=0.159\%$）と仮定している。最適ミスチューン系の探索は，以下の手順で実施している。

(1)単独翼の剛性（k_1^i）の偏差が正規分布（変動係数1％）に従うと仮定し，モンテカルロ法によりワーストミスチューン系（共振振幅が最大になるミスチューン系）を求め，このワーストミスチューン系をオリジナルのミスチューン系と定義する。すなわち，ミスチューンが小さい場合には，ミスチューンの原因に拘わらず各翼の共振応答の偏差は各翼の固有振動数の分布だけで説明できるため，ここでは翼の固有振動数の偏差を翼剛性（k_1^i）の偏差として与え，共振応答が最大になる翼の固有振動数の分布を求める。

(2)下記の2ケースについて，オリジナルミスチューン系の翼の質量分布（$\Delta m_1^i/\overline{m}_1$の分布）を生成する。

・Case 1：翼の固有振動数と質量との間には明確な相関はなく，翼質量の分布は翼の固有振動数の分布とは独立に正規分布（変動係数1％）に従うと仮定したケース。

・Case 2：翼質量の分布と翼の固有振動数の分布に強い相関がある，すなわち相関係数の絶対値が1に近いと仮定したケース。

なお，ここで生成する翼質量の分布は各翼の固有振動数の分布とは無関係であり，バランシングだけに使用される。

(3)(1)で生成した固有振動数の分布と(2)で生成した翼質量の分布を割り当てた2ケースのミスチューン系（オリジナルミスチューン系）について，モンテカルロ法やDDEを適用して式(11)の目的関数を最小にする最適解を求める。すなわち，翼の共振応答と軸振動の原因になる不釣合い量を同時に考慮した最適な翼の配列（最適ミスチューン系）を求める。

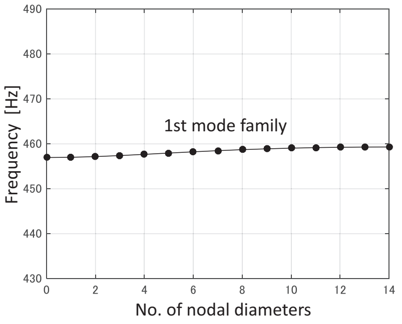

Fig. 3 Natural frequency of bladed disk

Fig. 4は，個々の翼の剛性（k_1^i）の偏差が正規分布（変動係数1％）に従うと仮定してモンテカルロ法（解析回数10,000回）で求めた各翼に生じる最大共振振幅のヒストグラムである。Fig. 5は共振応答が最大になるワーストミスチューン系（オリジナルのミスチューン系）の周波数応答解析結果であり，28枚の翼の周波数応答を重ね書きしている。なお，各翼に生じる最大共振振幅は式(5)から求めた応答振幅の最大値であり，以下の説明では各翼の最大共振振幅をチューン系の共振振幅で正規化したAF（式(12)）で表示している。

Fig. 4に示すように，ミスチューンを有する翼・ディスク系では，固有振動数の分化や振動モードの局在化により，ほとんどの翼の共振応答はチューン系よりも小さくなりディスク上の数枚の翼のみに大きな振幅が発生する。従って，ミスチューン系の共振応答の平均値はチューン系よりも小さくなるが，振幅最大の翼が破損を引き起こすため，ミスチューンにより発生する最大振幅を小さくすることが必要になる。Fig. 5に示すように，オリジナルのミスチューン系でも大部分の翼の共振

Download service for the GTSJ member of ID , via 216.73.216.124, 2025/08/23.

振幅はチューン系より小さくなっているが，数枚の翼にチューン系よりも大きな共振振幅が発生しており，最大共振振幅の大きさはチューン系に対して1.59倍に増大している。

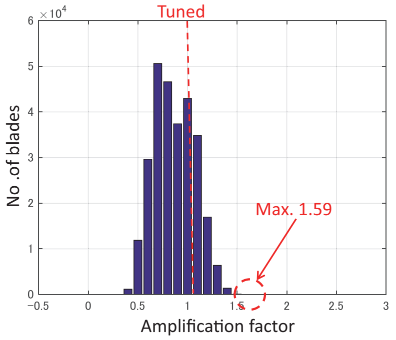

Fig. 4 Histogram of amplification factor

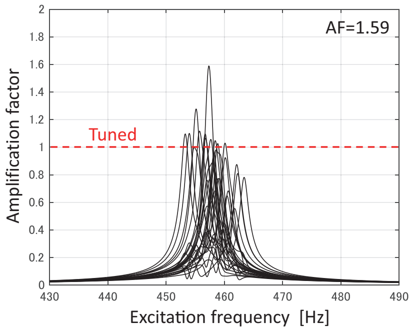

Fig. 5 Frequency response of original bladed disk

以下の最適ミスチューン系の探索では，翼の固有振動数と質量の相関が無いケース（Case 1）と翼の固有振動数と質量の相関が大きいケース（Case 2）について，オリジナルミスチューン系の翼の配列を変更し，式⑾の*Opt. index*が最小になる最適ミスチューン系を求める。

3.2 翼の固有振動数と質量には相関がないと仮定したCase 1の最適化

Fig. 6は翼の固有振動数と質量に相関がないと仮定して生成した翼質量の分布と翼の固有振動数の関係を示している。Fig. 6において$\bar{f}_1$は翼の１次モードの固有振動数の平均値，$\Delta \bar{f}_1^i$はi番目の翼の１次モードの固有振動

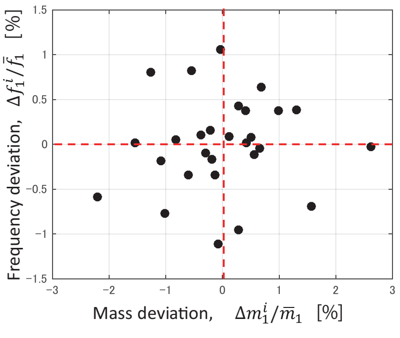

Fig. 6 Distribution of blade frequency and mass of original mistuned bladed disk（Case 1）

数の偏差である。

Case 1の最適計算では，Fig. 5とFig. 6の特性を持つオリジナルのミスチューン系に対して，ディスク上の翼の配列を変え，共振振幅と不釣合い量を同時に考慮した最適なミスチューン系を求めている。

3.2.1 モンテカルロ法による最適化（Case 1） Fig. 7はモンテカルロ法（解析回数10,000回）を利用してCase 1に対する最適ミスチューン系を求めた結果を示している。Fig. 7から分かるようにオリジナルのミスチューン系（図中の青丸，*UF*=1.00，*AF*=1.59）に対して最適ミスチューン系（図中の赤丸）では，*UF*は0.0038に，*AF*は1.21に低下している。Fig. 8は，モンテカルロ法で求めた最適ミスチューン系に対する周波数応答解析結果（*AF*=1.21）を示している。Fig. 8に示すように，最適ミスチューン系ではオリジナルのミスチューン系（Fig. 5）と比較して最大共振振幅が1.21まで低下するともに，全翼の共振振幅のバラツキが小さくなっている。

Fig. 9はオリジナルのミスチューン系と最適ミスチューン系の翼質量の分布を示している。また，Fig. 9中には，オリジナルのミスチューン系と最適ミスチューン系の不釣合い量の値（式⒀の*UF*）を記入している。Fig. 9に示すように，オリジナルの翼の配列（*UF*=1.0）に対して翼を並び替えるだけで，最適ミスチューン系では共振応答を低減できるだけでなく不釣合い量を0.0038まで低減できている。なお，本研究の目的は実際の翼設計に適用できる「翼の共振応答とロータの不釣合い量を

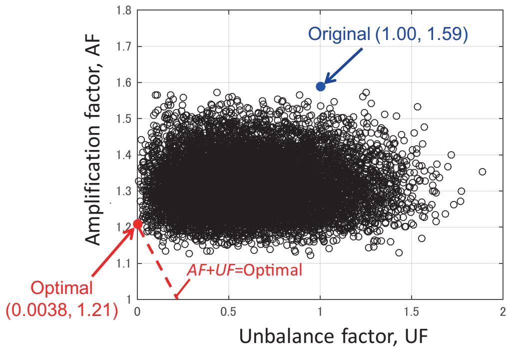

Fig. 7 Pareto optimal solution for amplification and unbalance factor by MCS（Case 1）

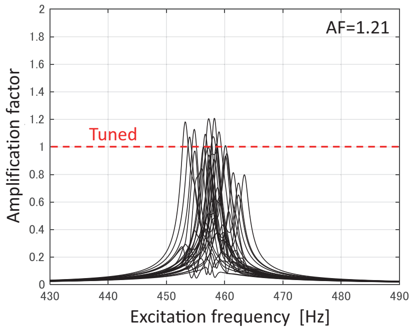

Fig. 8 Frequency response of optimal bladed disk by MCS（Case 1）

Download service for the GTSJ member of ID , via 216.73.216.124, 2025/08/23.

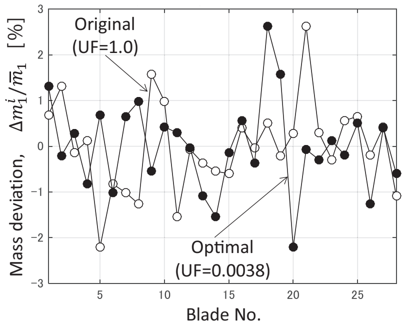

Fig. 9 Original and optimal unbalance factor by MCS（Case 1）

同時に低減する手法の開発と検証」であり，それを実現する手段として２個のパラメータを組み合わせた指標（*Opt. index*）を利用している。従って，解析結果の評価は，最適化指標*Opt. index*とともに*AF*や*UF*の個々の値で議論している。

Fig. 10は，従来のバランス法を使用してオリジナルミスチューン系の翼の配置を変更したときの翼質量の分布を示している。従来のバランス法では，翼質量の小さい順に翼を並べ，翼質量の近い翼同士が180° 対抗する位置にくるように翼を配置していく。Fig. 10から分かるように，従来のバランス法では*UF*=0.1296であり，オリジナルの状態（*UF*=1.0）に比べると不釣合い量は低減しているが，依然として不釣合い量が残っている。一方提案する手法では，Fig. 7，Fig. 8，Fig. 9に示すように共振振幅を低減すると同時に，不釣合い量についても*UF*=0.0038（従来のバランス法の不釣合い量の３%）に低減できている。

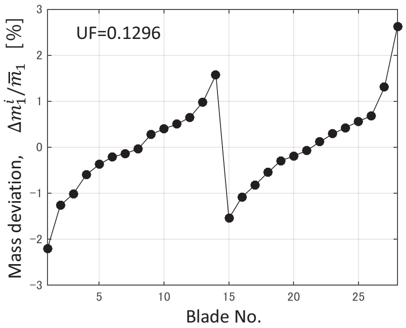

Fig. 10 Mass distribution by conventional balancing（Case 1）

3.2.2　DDEによる最適化（Case 1）　DDEを利用した最適ミスチューン系の探索では，個体数100，反復回数（世代数）200，突然変異確率0.70，交叉確率0.85にして解析した。これらのパラメータを変更した計算も行ったが，最終的に得られる最適化指標*Opt. index*（式(11)）の値は小数点４桁までは同一であり有意な差はなかった。Fig. 11にはDDEで最適化計算を行ったときの最適化指標*Opt. index*の収束状況を示しており，Fig. 12は最適ミスチューン系に対する周波数応答解析結果を示している。また，Fig. 13はオリジナルミスチューン系と最適ミスチューン系の翼質量の分布を示している。Fig. 11に示すように，DDEで最適計算を行う場合には反復回数を100回程度にすれば，*Opt. index*の値は最小値に収束する。また，これらの解析結果から分かるように，オリジナルミスチューン系（*UF*=1.00，*AF*=1.59）に対して最適ミスチューン系では，*UF*は0.038に，*AF*は1.16に低下している。モンテカルロ法で求めた最適値（*Opt. index*=1.214）に比べるとDDEで求めた最適値（*Opt. index*=1.200）の方が僅かに改善されているが，ほぼ同等の最適解が得られている。なお，DDEで求めた最適*AF*はモンテカルロ法で求めた最適*AF*よりも僅かに改善されているが，DDEで求めた最適*UF*はモンテカルロ法で求めた最適*UF*よりも改悪になっている。最適解に占める*AF*と*UF*の割合は，*AF*と*UF*に対する重み係数（式(11)のC_AとC_U）を変更すればコントロールできる。

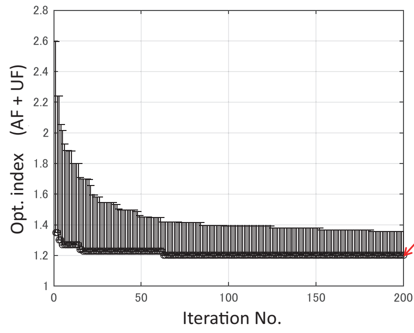

Fig. 11　Convergence of optimal solution by DDE（Case 1）

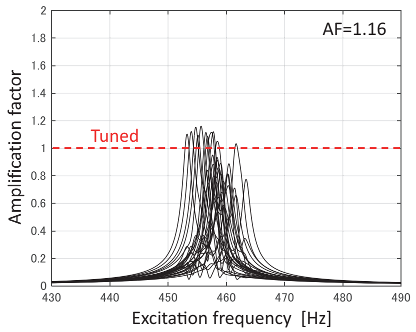

Fig. 12 Frequency response of optimal bladed disk by DDE（Case 1）

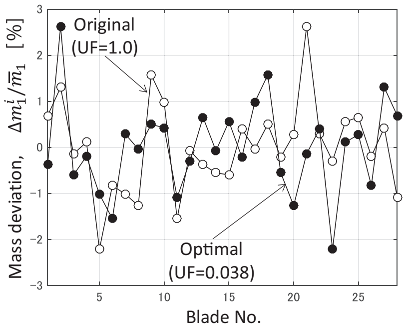

Fig. 13 Original and optimal unbalance factor by DDE（Case 1）

Download service for the GTSJ member of ID , via 216.73.216.124, 2025/08/23.

3.3 翼の固有振動数と質量の相関が大きいと仮定したCase 2の最適化

Fig. 14は，翼の固有振動数と質量の相関が強いと仮定して生成した翼質量の分布と翼の固有振動数の関係を示している。Case 2の最適計算では，Fig. 5とFig. 14の特性を持つオリジナルのミスチューン系に対して，ディスク上の翼の配列を変え，共振振幅と不釣合い量を同時に考慮した最適ミスチューン系を求めている。

3.3.1 モンテカルロ法による最適化（Case 2） Fig. 15はモンテカルロ法（解析回数10,000回）を利用してCase 2に対する最適ミスチューン系を求めた結果を示している。Fig. 15から分かるようにオリジナルのミスチューン系（図中の青丸，*UF*=1.00，*AF*=1.59）に対して最適ミスチューン系（図中の赤丸）では，*UF*は0.024に，*AF*は1.18に低下している。

Fig. 16は従来のバランス法を使用してオリジナルミスチューン系の翼の配置を変更したときの翼質量の分布を示している。Fig. 16から分かるように，従来のバランス法では*UF*=0.9214であり，オリジナルの状態（*UF*=1.0）に比べると不釣合い量はほとんど低減せず，不釣合い量が残っている。一方提案する手法では，Case 2の場合でもFig. 15に示すように共振振幅を低減すると同時に，不釣合い量についても*UF*=0.024（従来のバランス法の不釣合い量の３%）まで低減できている。

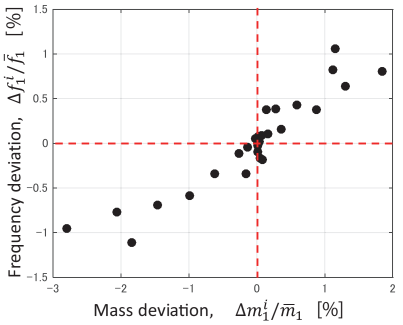

Fig. 14 Distribution of blade frequency and mass of original mistuned bladed disk（Case 2）

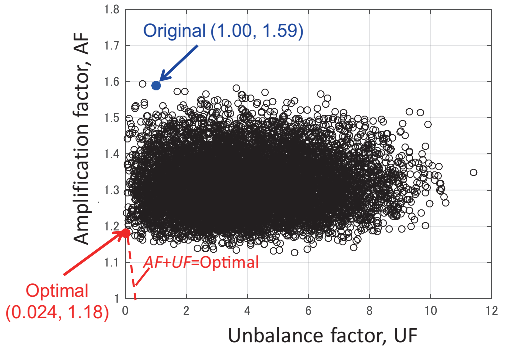

Fig. 15 Pareto optimal solution for amplification and unbalance factor by MCS（Case 2）

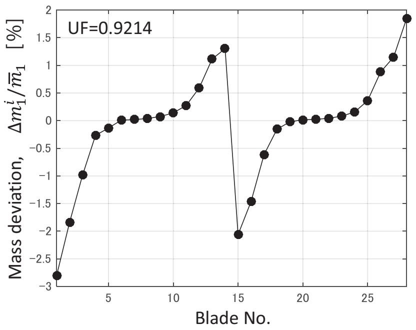

Fig. 16 Mass distribution by conventional balancing（Case 2）

3.3.2 DDEによる最適化（Case 2） DDEを利用した最適ミスチューン系の探索では，Case 1と同様に，個体数100，反復回数（世代数）200，突然変異確率0.70，交叉確率0.85にして解析した。Fig. 17にはDDEで最適化計算を行ったときの最適化指標*Opt. index*の収束状況を示しており，Fig. 18は最適ミスチューン系に対する周波数応答解析結果を示している。また，Fig. 19はオリジナルのミスチューン系と最適ミスチューン系の翼質量の分布を示している。Fig. 17に示すように，Case 2においてもCase 1（Fig. 11）と同様に，DDEで最適計算を行う場合には反復回数を100回程度にすれば，*Opt. index*の値は最小値に収束している。また，これらの解析結果から分かるように，オリジナルのミスチューン系（*UF*=1.00，*AF*=1.59）に対して最適ミスチューン系では，*UF*は0.103（従来のバランス法の不釣合い量の11%）に，*AF*は1.16に低下している。すなわち，翼の固有振動数と質量の相関が強いCase 2についても，共振応答を低減できると同時に，従来のバランス法よりも不釣合い量を大幅に低減できることが示されている。さらにFig. 18に示すように，最適ミスチューン系ではオリジナルのミスチューン系（Fig. 5）と比較して最大共振振幅が1.16まで低下するとともに，全翼の共振振幅のバラツキが小さくなっている。

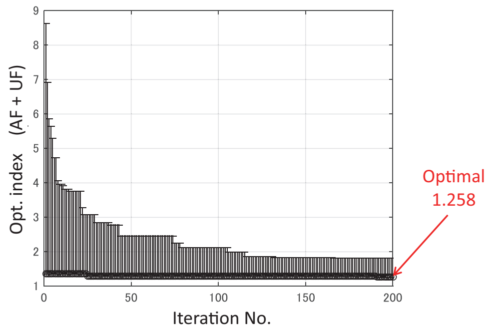

Fig. 17 Convergence of optimal solution by DDE（Case 2）

Download service for the GTSJ member of ID , via 216.73.216.124, 2025/08/23.

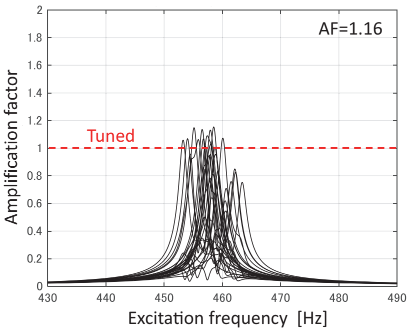

Fig. 18 Frequency response of optimal bladed disk by DDE (Case 2)

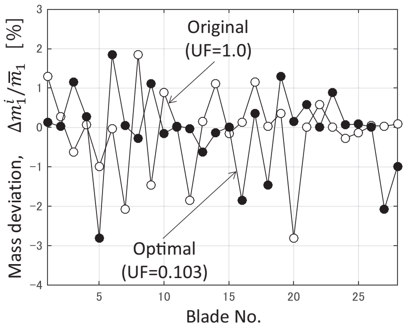

Fig. 19 Original and optimal unbalance factor by DDE (Case 2)

4. 結論

本研究では，翼・ディスク系に対する実用的な信頼性向上対策として，加振試験から得られる各翼の固有振動数分布と重量計測から得られる各翼の質量分布を用いて，ディスク上の翼の配列を変更することにより共振応答と不釣合い量を同時に考慮した最適配列を探索する手法を提案した。さらに，提案した手法の有効性を検証するため，典型的な単独翼構造の翼・ディスク系に対して最適ミスチューン系を求めた。その結果，提案した手法を適用すると共振応答を低減できると同時に，従来のバランス法よりも不釣合い量を大幅に低減できることが確認できた。

本論文の計算はすべてノートPC（Intel® Core™ i7-8565U@1.80GHz 1.99GHz）に搭載したMatlabで行っており，１ケース当たりの計算時間はモンテカルロ法（Fig. 7）の場合は13.0分，DDE（Fig. 11）の場合は8.7分であった。また，本手法では，従来，品質管理を目的に計測していた翼の固有振動数と重量だけを利用しており，本手法を設計開発プロセスに組み込めば，コストをほとんど増加させることなく，製品の信頼性向上に寄与できると考えられる。

本手法を設計プロセスに組み込むためには，実機計測による精度検証，および等価ばね・質量モデルに代わる解析モデルの高度化が必要になる。また，翼・ディスク系の固有振動数と軸の危険速度が近接している場合について，提案する手法の適用限界を検証することも必要である。解析モデルの高度化については，FMM(7)などの低次元モデルを使用した検証を実施中であり，計算コストなども含めて，今後，公表する予定である。

参考文献

(1) 金子康智，森一石，奥井英貴，非対称配置静翼を利用した圧縮機動翼の振動応力低減，日本機械学会論文集C編，Vol. 71, No. 712 (2005), pp. 3409-3416.
(2) Botto, D., Umer M., Gasaldi, C. and Gola, M. M., An Experimental Investigation of the Dynamic of a Blade with Two Under-Platform Dampers, Proceeding of ASME Turbo Expo 2017, GT2017-64928 (2017).
(3) Han, Y., Murthy, R., Mignolet, M. P. and Lentz, J., Optimization of Intentional Mistuning Patterns for the Mitigation of the Effects of Random Mistuning, ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Powers, Vol. 136 (2014), pp. 1-9.
(4) Kaneko, Y., Mori, M. and Ohyama, H., Practical Optimization of Mistuned Bladed Disk of Steam Turbine with Free-Standing Blade Structure for Forced and Self-Excited Vibration, Proceeding of ASME Turbo Expo 2018, GT2018-75056 (2018).
(5) 北山哲士，荒川雅生，山崎光悦，Discrete Differential Evolutionの提案，日本機械学会論文集C編，Vol. 76, No. 772 (2010), pp. 3828-3836.
(6) 金子康智，大田 昌輝，森一石，大山 宏治，非対称配置静翼を利用した翼・ディスク系の振動応答低減（ミスチューン系に対する振動応答低減効果の検討），日本機械学会論文集C編，Vol. 78, No. 789 (2012), pp. 1398-1409.
(7) Feiner, D. M. and Griffin, J. H., A Fundamental Model of Mistuning for a Single Family of Modes, ASME, Journal of Turbomachinery, Vol. 124 (2002), pp. 597-605.

Download service for the GTSJ member of ID , via 216.73.216.124, 2025/08/23.