

# ターボチャージャ用タービン動翼の共振通過時の 過渡応答特性と寿命評価

## Study on the Transient Vibration and Fatigue Life Estimation of Turbine Blade of Turbocharger Passing Through Resonance

金子 康智\*<sup>1</sup>  
KANEKO Yasutomo

影 大雅\*<sup>1</sup>  
KAGE Taiga

竹下 友祥\*<sup>2</sup>  
TAKESHITA Tomoaki

### ABSTRACT

In a variable speed engine, it is impossible to avoid the resonance during operation. In a constant speed engine, the resonance during start-up or shut-down also cannot be avoided. Therefore, the increase of the acceleration rate in passing through the resonance has been considered as one of the effective methods for increasing the reliability of turbomachinery. In this study, the transient vibration analysis of mistuned bladed disks passing through the resonance is carried out using the reduced order model SNM and the conventional modal analysis method. The effect of the acceleration rate and the blade damping on the transient vibration response and the blade fatigue life is examined in detail. From these results, it is concluded that SNM is very useful for the transient response analysis of mistuned bladed disks with the complicated vibration characteristics, and the control of the acceleration rate is very effective for the increase of the blade reliability.

キーワード：ターボ機械，強制振動，過渡振動，翼，ミスチューニング

Key words : Turbomachinery, Forced Vibration, Transient Vibration, Blade, Mistuning

### 1. 緒言

ターボ機械の動翼は、通常、共振回避設計がなされるが、航空エンジンなどの可変速機では、共振回避が困難になることが多い。また、産業用ガスタービンなどの定速機では、偏流や翼列干渉力による昇速中の共振応力が振動強度上問題になることがある。昇速中の共振通過時の振動応力を低減し、翼の疲労寿命を改善するためには、共振通過速度を大きくし共振応力が十分に成長しない状態で共振点を通過することが有効であると考えられる。このため、動翼の共振通過速度と発生する振動応力の関係については、これまでに多くの研究が行われているが<sup>(1)~(4)</sup>、何れも単純なばね・質量モデルや有限要素モデルが使用されており、実際の翼設計に使用している大規模な有限要素モデルを使用して共振通過時の過渡応答を解析した例は少ない。一方、ディスク上の個々の翼の特性がわずかに異なる翼・ディスク系（ミスチューン系）では、全ての翼の特性が均一な翼・ディスク系（チューン系）から応答特性が著しく変化すること

が知られている。このようなミスチューニング現象については、定常振動や自励振動（フラッタ）については多くの研究があり<sup>(5)~(9)</sup>、ミスチューンは強制振動に対しては危険側に、フラッタに対しては安全側に作用することが知られている。共振通過時のミスチューニング現象については、最近、解析と実験の両面から研究成果が報告されているが<sup>(10)~(13)</sup>、定常振動や自励振動と比較すると研究例が少なく、共振通過時のミスチューンの効果は明確になっていない。例えば、ミスチューン系では振動モードが完全な正弦波にならないため、ディスク上の翼を一定の翼間位相差で加振しても、多くのモードが応答する。過渡応答ではこれらの複数のモードの応答の重畳合いが昇速率により変化し、定常応答（完全共振時）よりも過渡応答の方が大きくなることもある。このメカニズムは、最近、単純な低次元モデルを使用して解明されつつあるが<sup>(14)</sup>、実際の製品に対する現象は明確になっていない。また、可変速機の翼の振動強度設計では疲労寿命（許容共振点通過回数）を評価する必要があるが、計算負荷が過大になるため、大規模な有限要素モデルを利用してミスチューン系の過渡応答解析を行い、疲労寿命評価までを行うことは困難である。

このため本研究では、大規模な有限要素モデルで解析した結果と同等の精度が得られることが確認されている低次元モデルSNM（Subset of Nominal system Modes）<sup>(15)~(17)</sup>を利用して、ターボチャージャ用タービン動翼の共

原稿受付 2021年10月17日

査読完了 2022年6月20日

\* 1 龍谷大学

〒520-2194 大津市瀬田大江町横谷 1-5

E-mail: y\_kaneko@rins.ryukoku.ac.jp

\* 2 三菱重工業

〒851-0301 長崎市深堀町5丁目717-1

E-mail: tomoaki.takeshita.mj@mhi.com

振通過時の過渡応答解析を行う。具体的には、SNMとモンテカルロ法を適用して共振応答（定常応答）が最大になるミスチューン分布（ディスク上の個々の翼のヤング率の分布）を求める。つぎに、このミスチューン系に対して共振通過時の過渡応答解析を行い、共振通過速度や翼・ディスク系の減衰が、ミスチューンを有する翼・ディスク系の共振通過時の応答に及ぼす影響を調査する。さらに、タービン動翼に使用される典型的な疲労限度線図（Bagci線図）<sup>18</sup>を利用して共振通過速度と許容通過回数との関係を調べる。

## 2. 解析方法

### 2.1 SNMによるミスチューン系の固有値解析

SNMによるミスチューン系の固有値解析法は参考文献<sup>17</sup>と同一であり、詳細な説明は省略し概要のみを説明する。低次元モデルSNMでは、ミスチューン系のモードをチューン系のモードを使用して式(1)のように表す。

$$[\tilde{\phi}] = [\phi][C] \quad (1)$$

ここで $[\phi]$ はモード質量が1になるように正規化されたチューン系のモード行列、 $[\tilde{\phi}]$ はミスチューン系のモード行列、 $[C]$ は、ミスチューン系のモードに占めるチューン系のモードの寄与を表すサイズ $n \times n$ の重み行列、 $n$ は解析に使用する振動モードの個数である。式(1)をミスチューン系の固有値方程式に代入すると、最終的に式(2)、式(3)が得られる。

$$[A] + [\Delta K][C] = [I] + [\Delta M][C][\tilde{A}] \quad (2)$$

$$[\Delta K] = [\phi]^T [\Delta K] [\phi], \quad [\Delta M] = [\phi]^T [\Delta M] [\phi] \quad (3)$$

ここで、 $[\Delta K]$ や $[\Delta M]$ はミスチューン系の剛性行列と質量行列の変動、 $[A]$ はチューン系の固有値行列、 $[\tilde{A}]$ はミスチューン系の固有値行列である。すなわち、低次元モデルSNMを利用すると、ミスチューン系の固有値や固有モードを以下の手順で求めることができる。

- (1) 有限要素法（周期対称法）を利用して、チューン系の固有値行列 $[A]$ とモード行列 $[\phi]$ を求める。
- (2) ミスチューン分布 $[\Delta K]$ 、 $[\Delta M]$ を与える。
- (3) 式(2)を解いて、ミスチューン系の固有値行列 $[\tilde{A}]$ 、重み行列 $[C]$ を求める。
- (4) 式(1)からミスチューン系のモードを求める。

式(2)の各行列のサイズは $n \times n$ であり、自由度を大幅に縮小した固有値方程式(2)からミスチューン系の固有振動数や固有モードを求めることができる。

### 2.2 ミスチューン系の定常応答解析

翼・ディスク系が周方向に不均一な流れ（偏流）の中を回転していくとき、翼・ディスク系全体の運動方程式は式(4)で表すことができる。

$$[M_T]\{\ddot{x}_T\} + [C_T]\{\dot{x}_T\} + [K_T]\{x_T\} = \{f_T(t)\} \quad (4)$$

ここで $[M_T]=[M]+[\Delta M]$ 、 $[K_T]=[K]+[\Delta K]$ 、 $[C_T]$ は翼・ディスク系（ミスチューン系）全体の質量行列、剛性行列、減衰行列であり、 $\{x_T\}$ は変位ベクトルである。下添え字 $T$ は、全系（翼・ディスク系全体）であることを示す。 $[M]$ と $[K]$ はチューン系の質量行列と剛性行列である。式(4)右辺の $\{f_T(t)\}$ は翼・ディスク系に作用するハーモニク加振力であり、式(5)のように表すことができる。

$$\{f_T(t)\} = \{f_T^H\}e^{j\omega t} \quad (5)$$

$$\{f_T^H\}^T = \{\{f_H\}^T \{f_H\}^T e^{-j\alpha_H} \dots \{f_H\}^T e^{-j(N-1)\alpha_H}\}$$

ここで、 $\{f_H\}$ は翼1枚に作用するハーモニク加振力の振幅、 $\omega$ は加振力の角振動数、 $\alpha_H$ は翼・ディスク系が回転することによって生じる加振力の位相角であり、ロータの回転数を $\Omega$ 、全周の翼枚数を $N$ 、加振力のハーモニク数（エンジンオーダー）を $H$ とすると、式(6)で表すことができる。

$$\omega = H\Omega, \quad \alpha_H = \frac{2\pi H}{N} \quad (6)$$

定式化の詳細は省略するが、式(4)の解を式(7)のように仮定し、通常の方法を適用すると式(8)が得られる。

$$\{x_T\} = \{X_T\}e^{j\omega t} \quad (7)$$

$$\{X_T\} = \sum_{r=1}^{N_T} \frac{\{\phi_r^T\}^T \{f_T^H\} \{\phi_r^T\}}{k_r(1 - \beta_r^2 + 2j\zeta_r\beta_r)}, \quad \beta_r = \frac{\omega}{\omega_r} \quad (8)$$

ここで、 $\{\phi_r^T\}$ と $\omega_r$ は、式(4)から減衰項と外力項を省いて得られる固有値方程式から得られる $r$ 番目の固有モードと固有角振動数であり、ここではSNMを利用して式(2)から求める。 $N_T$ は、モーダル法で採用するモードの個数である。また、 $k_r$ と $\zeta_r$ は、 $r$ 番目のモードのモーダル剛性とモーダル減衰比であり、モーダル質量 $m_r$ やモーダル減衰係数 $c_r$ などを用いると、式(9)のように表すことができる。

$$m_r = \{\phi_r^T\}^T [M_T] \{\phi_r^T\}, \quad k_r = \{\phi_r^T\}^T [K_T] \{\phi_r^T\} \quad (9)$$

$$c_r = \{\phi_r^T\}^T [C_T] \{\phi_r^T\} = 2\zeta_r \sqrt{m_r k_r}$$

翼・ディスク系の定常応答を計算する場合には、加振力の角振動数 $\omega$ を与えて、式(8)から各翼の周波数応答を計算する。

### 2.3 ミスチューン系の過渡応答解析

昇速中の翼・ディスク系の運動方程式も式(4)、式(5)で表すことができるが、加振力の角振動数を式(10)のように時間の関数にする必要がある。

$$\omega(t) = \left(\Omega_0 + \frac{1}{2}\alpha t\right)H \quad (10)$$

ここで $\Omega_0$ は、初期（時刻 $t=0$ ）のロータの回転角速度、 $\alpha$ は昇速率（負の場合は降速率）である。共振通過時の過渡応答を計算する場合には、式(4)の加振力を式(11)のように書き直す。

$$\{f_T(t)\} = \{f_{Hc}^T\} \cos \omega t + \{f_{Hs}^T\} \sin \omega t \quad (11)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \{f_{Hc}^T\}^T &= \left\{ \begin{array}{c} \{f_H\}^T \cos \alpha_H \dots \\ \{f_H\}^T \cos \alpha_H(N-1) \end{array} \right\}^T \\ \{f_{Hs}^T\}^T &= \left\{ \begin{array}{c} \{0\}^T \{f_H\}^T \sin \alpha_H \dots \\ \{f_H\}^T \sin \alpha_H(N-1) \end{array} \right\}^T \end{aligned} \quad (12)$$

過渡応答の場合は, 式(4)の解を式(13)のように仮定する。

$$\{x_T(t)\} = \sum_{r=1}^{N_T} a_r(t) \{\phi_r^T\} \quad (13)$$

式(11)から式(13)を式(4)に代入し, 左から $\{\phi_r^T\}^T$ をかけた後, 式(9)を使用して整理すると式(14)が得られる。

$$\begin{aligned} \ddot{a}_r(t) + 2\zeta_r \omega_r \dot{a}_r(t) + \omega_r^2 a_r(t) = \\ \left( \frac{1}{m_r} \right) \sqrt{(f_{Hc}^r)^2 + (f_{Hs}^r)^2} \cos(\omega(t)t - \varphi_r) \end{aligned} \quad (14)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \{f_{Hc}^r\} &= \{\phi_r^T\}^T \{f_{Hc}^T\}, \quad \{f_{Hs}^r\} = \{\phi_r^T\}^T \{f_{Hs}^T\} \\ \varphi_r &= \tan^{-1} \left( \frac{f_{Hs}^r}{f_{Hc}^r} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

である。共振通過時の過渡応答の解析では, 式(14)を数値積分で解き, 式(13)に代入して翼・ディスク系全体の時刻歴応答を求める。なお, 従来の研究から, 1自由度系の共振通過時の振幅は, 昇速率と減衰比だけに支配されることが分かっているため, ここでは参考文献<sup>[11]</sup>と同様に, 昇速率を表す無次元パラメータとして, 式(16)で定義される無次元パラメータ $\beta$ を使用している。

$$\beta = \frac{1}{\zeta_r f_r} \sqrt{\frac{\alpha^* H}{2}} \quad (16)$$

ここで,  $\alpha^*$ は昇速率(ロータ回転数の変化率) [Hz/s],  $f_r (= \omega_r / 2\pi)$ は翼・ディスク系の固有振動数[Hz]である。実際の翼の昇速率は機種により異なるが, 文献<sup>[10]</sup>には代表的な例として, 「戦闘機のエンジンでは, 翼の固有振動数が約500Hz, 減衰比が約0.2%であり, 4秒間に6000rpmの昇速率で3ハーモニックの共振を通過する。」と記述されている。これから $\beta$ を求めると $\beta=6.1$ になる。従って, 本論文では $\beta=0 \sim 6$ を解析の範囲にしている。

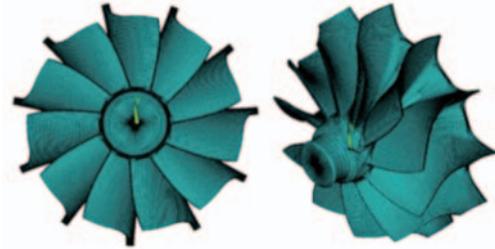
### 3. 解析結果

#### 3.1 チューン系の過渡応答解析結果

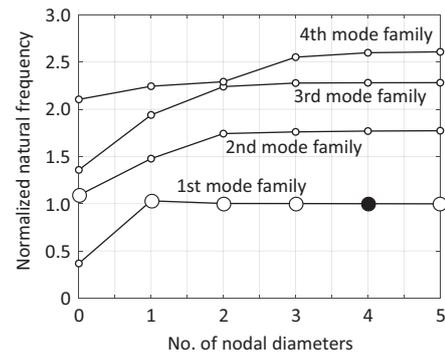
Fig. 1 (a)に, 過渡応答解析を行う翼・ディスク系(ターボチャージャ用タービン)の有限要素モデルを示す。Fig. 1 (b)は, 有限要素法(周期対称法)で解析した翼・ディスク系(全周の翼の特性が均一なチューン系)の固有振動数であり, 横軸は振動モードの節直径数を, 縦軸は翼・ディスク系の固有振動数を示している。また, Fig. 2は1次モード族の固有振動モードの解析例であり, 0節直径モードから5節直径モードを示している。解析に使用したタービンの全周の翼枚数( $N$ )は11枚であり,

1節直径モードから5節直径モードは縮退して重根モードになるが, Fig. 2には重根モードのうち片側のモードだけを示している。

チューン系の解析では, 加振力のハーモニック数( $H$ )を4と仮定し, ロータの昇速率や翼・ディスク系の減衰をパラメータにして過渡応答解析を行った。翼の応答(変位)は, 1次モード族の変位が最大になる翼先端部で評価している。なお以下の解析では, 特に断らない限り翼のモーダル減衰は, 対数減衰率( $\delta$ )で0.01と仮定している。



(a) FEA model



(b) Natural frequency of tuned system

Fig. 1 FEA model and natural frequency of tuned system

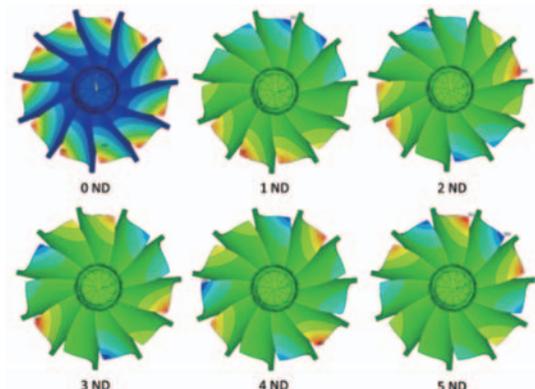
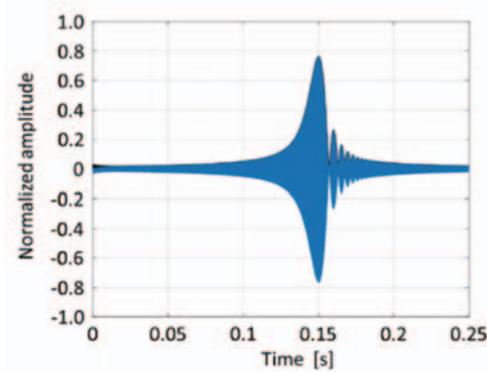
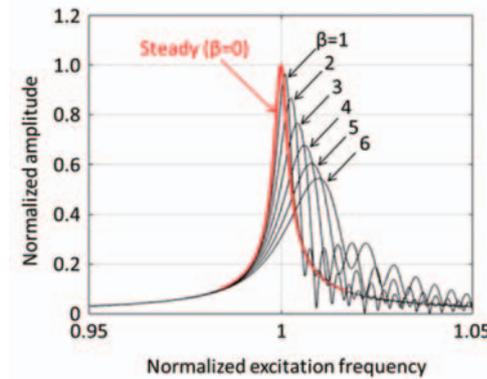


Fig. 2 Typical vibration modes of tuned system

Fig. 3 (a)に共振通過時の時刻歴応答の解析例を、Fig. 3 (b)に無次元昇速率 $\beta$ をパラメータにした共振通過時の最大振幅を示す。Fig. 3 (b)の横軸は加振力の周波数であり、縦軸は定常応答 ( $\beta=0$ ) に対して生じる共振振幅で正規化した振幅倍率である。これから分かるように、チューン系の振動モードは完全な周期対称性を有するため、 $H=4$ のハーモニック加振力で加振すると4節直径モード (Fig. 1 (b)の黒丸) だけが応答し、全ての翼の振幅は同一になり位相だけが異なる。また、昇速率 $\beta$ を大きくすると最大振幅は低下し、最大振幅を発生する周波数は高周波数側に移動していく。最大振幅を過ぎると、ハーモニック加振力による強制振動と自由振動の重畳による「うなり」が発生する。



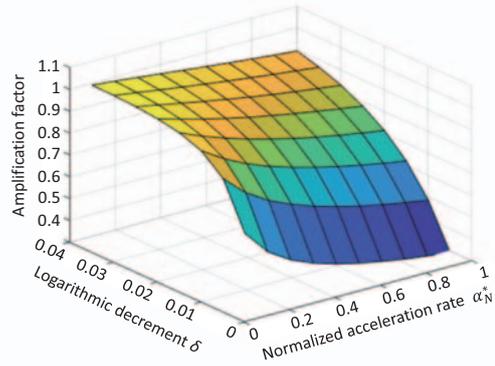
(a) Time history wave ( $\beta=3$ )



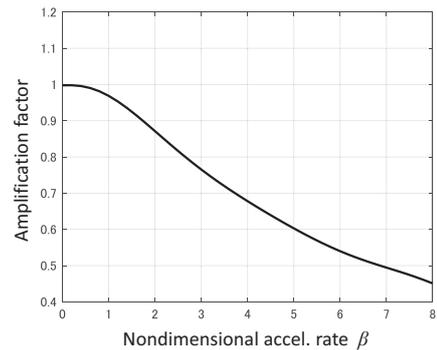
(b) Envelope of maximum amplitude

Fig. 3 Transient response of tuned system ( $\delta=0.01$ )

Fig. 4 (a)は無次元昇速率 $\alpha_N^*$ と対数減衰率 $\delta$ をパラメータにして、共振通過時の振幅倍率 (定常応答の共振振幅で正規化した振幅) を求めた結果を示している。Fig. 4 (b)は、式(16)を使用して横軸を無次元昇速率 $\beta$ に変換し、Fig. 4 (a)の解析結果をプロットした結果を示している。Fig. 4 (a)に示すように、共振通過時の振幅倍率は昇速率が大きくなると低下し、減衰が小さいほど低下する。また、Fig. 4 (b)から分かるように、チューン系の翼・ディスク系の場合、共振通過時の振幅倍率は式(16)で定義する無次元昇速率 $\beta$ だけの関数として表すことができる。



(a) Map of amplification factor



(b) Amplification factor vs. nondimensional accel. rate  $\beta$

Fig. 4 Amplification factor of tuned system

### 3.2 ミスチューン系の過渡応答解析結果

ミスチューン系の過渡応答解析では、ディスク上の個々の翼の振動数が異なるミスチューン系を作成し、1次モード族の4節直径モードの固有振動数 (Fig. 1 (b)の黒丸) 付近を通過するときの過渡応答解析を行った。加振力のハーモニック数(4)や変位の評価点 (翼先端部) はチューン系の解析と同一である。また、1次モード族の4節直径モード付近の過渡応答を解析するため、SNMの解析では低次から11個のモード (Fig. 1 (b)の白丸) を使用している。この11個のモードを使用すれば、ミスチューン系の固有振動数、振動モード、定常応答についてはSNMで解析した結果とFEMで解析した結果は一致し、これ以上採用モード数を増やしても解は変化しないことを、文献(17)と同様な手順で確認している。本論文では、過渡応答の解析はSNMで求めた固有振動数と振動モードを使用してモーダル法で行っているため、固有振動数と振動モードの解析結果がSNMとFEMで一致していれば、過渡応答についてもSNMとFEMの解析結果は一致すると考えられる。具体的には以下の手順で、共振通過時のミスチューン系の過渡応答解析を行っている。

- (1) Fig. 1 (a)の有限要素モデルを使用し、個々の翼の剛性 (ヤング率) が正規分布 (変動係数1%) に従うと仮定し、SNMとモンテカルロ法を適用して多数の翼・ディスク系 (ここでは10,000個) の周波数応答解析 (定常応答解析) を行う。すなわち、ミスチューン

ン系の解析 (式(2)) では剛性ミスチューン ( $[\Delta K]$ ) だけを考慮し, 質量ミスチューン ( $[\Delta M]$ ) は無視している。

- (2) 解析した翼・ディスク系の中から共振振幅が最大になるワーストミスチューン系を抽出し, ワーストミスチューン系に対して, 昇速率や翼の減衰をパラメータにして共振通過時の過渡応答解析を行う。

Fig. 5 (a)は, モンテカルロ法により10,000個の翼・ディスク系を作成し, 個々の翼・ディスク系に対して定常周波数応答解析を実施した結果を示している。Fig. 5 (a)の横軸は各翼の振幅倍率 (チューン系の共振振幅で正規化した各翼の最大振幅) を, 縦軸は頻度 (翼枚数) を示している。Fig. 5 (b)は, ワーストミスチューン系 (振幅倍率1.67) に対する各翼の剛性 (ヤング率) の変動を示している。

Fig. 6 (a)はワーストミスチューン系の周波数応答解析結果であり, Fig. 6 (b)はワーストミスチューン系の個々の翼の振幅倍率を示している。これから分かるように, 解析した翼・ディスク系 (単独翼構造) はミスチューンに対して非常に敏感であり, ディスク上の個々の翼のヤング率が1%程度変動すると翼の発生振幅に大きな差が現れ, 最悪の場合には最大振幅はチューン系の1.7倍程度に増加し得る。

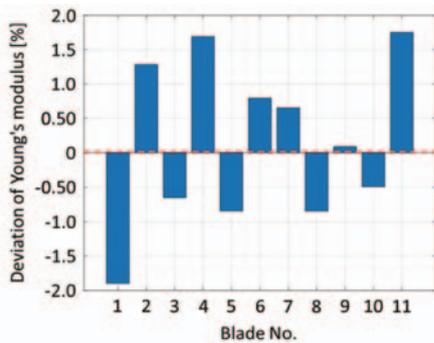
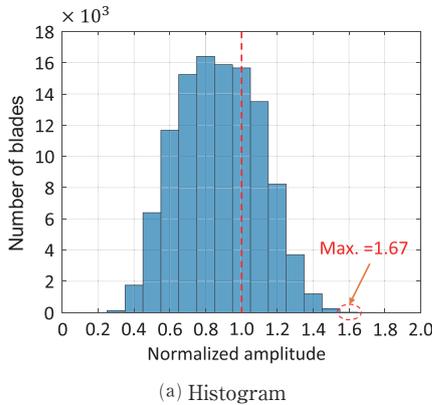


Fig. 5 Histogram of maximum amplitude and distribution of young's modulus

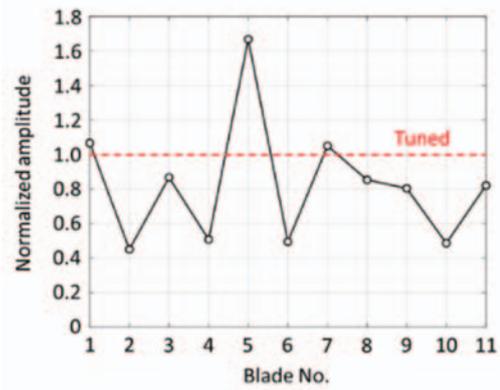
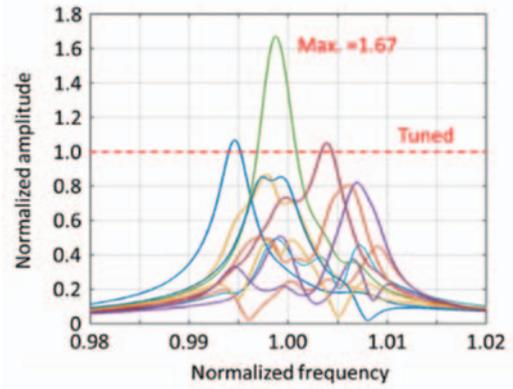


Fig. 6 Frequency response and max. amplitude of the worst mistuned system

Fig. 7とFig. 8はワーストミスチューン系の代表的な翼 (Blade 5, 6) について, 昇速率をパラメータにして共振通過時の振幅 (時刻歴応答の包絡線) を計算した結果を示している。これらの図の縦軸はチューン系の共振振幅で正規化している。Fig. 3に示すように, チューン系では昇速率が大きくなると共振周波数よりも加振周波数が高いときに最大振幅が発生し, 最大振幅は昇速率が大きくなるほど小さくなる。一方, ミスチューン系で昇速率を大きくすると, Fig. 7に示すように振幅最大翼 (Blade 5) の応答はチューン系の応答と同様の特性を示す。しかし, 振幅が小さい翼 (Fig. 8) では, 元々定常

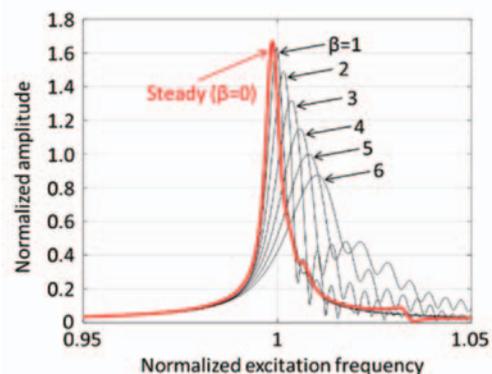


Fig. 7 Transient response of blade 5 with the large amplitude

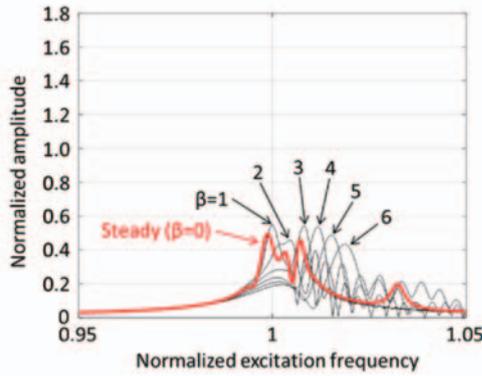


Fig. 8 Transient response of the blade 6 with the small amplitude

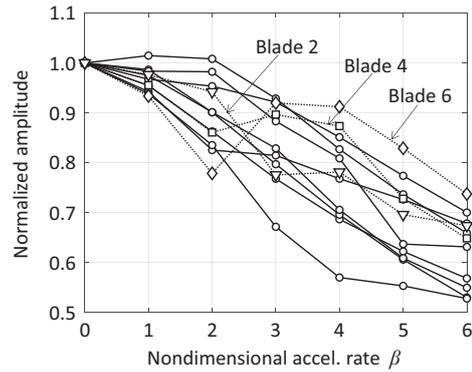


Fig. 10 Acceleration rate and the maximum amplitude of all blades of the worst mistuned system

応答において近接した複数のピークが存在しているため、昇速率を大きくするとこれらのピークが重畳し、発生振幅はチューン系のように単純に低下しない。

Fig. 9やFig. 10は上述の現象を詳しく調査するため、昇速率をパラメータにして過渡応答解析を行い、共振通過時に全翼に発生する振幅を求めた結果を示している。Fig. 9は昇速率をパラメータにして共振通過時の各翼の振幅分布を求めた結果であり、縦軸はチューン系の共振振幅で正規化している。これから分かるように、昇速率が大きくなると、振幅の大きい翼ほど振幅の低減率が大きくなる傾向が認められる。Fig. 10は、昇速率と共振通過時に全翼に発生する振幅の関係を求めた結果であり、縦軸は各翼の共振振幅（定常周波数応答で発生する各翼の最大振幅）で正規化している。これから分かるように、昇速率が大きくなると全体的には個々の翼の発生振幅は低下していくが、Blade 2, 4, 6などの振幅低減率はチューン系の振幅低減率と大きく異なっている。特にBlade 6では昇速率が増加すると一旦発生振幅が低下した後、再度振幅が増加するなど、複雑な特性を示している。これは、複数のモードの応答の重畳度合いが昇速率により変化するためである。

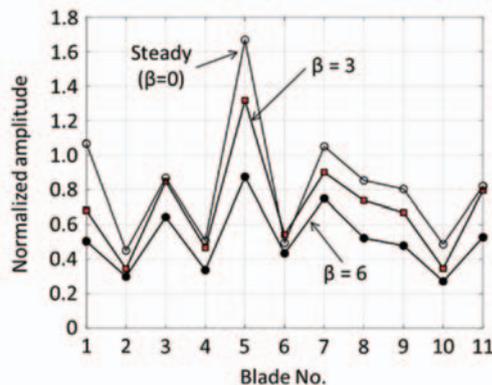


Fig. 9 Maximum amplitude of blade passing through resonance

Fig. 11はワーストミスチューン系の最大振幅翼（Blade 5）について、昇速率と共振通過時に発生する振幅の関係を求めた結果であり、縦軸は最大振幅翼の共振振幅（定常周波数応答で発生する最大応答翼の最大振幅）で正規化している。また、Fig. 11中には比較のためにチューン系の解析結果もプロットしている。Fig. 11に示すように、振幅最大翼の振幅低減率はチューン系とほぼ同様の特性を示している。以上の解析結果は、著者らが単純なばね・質量モデルを使用して解析した結果<sup>(1)</sup>と定性的に一致している。

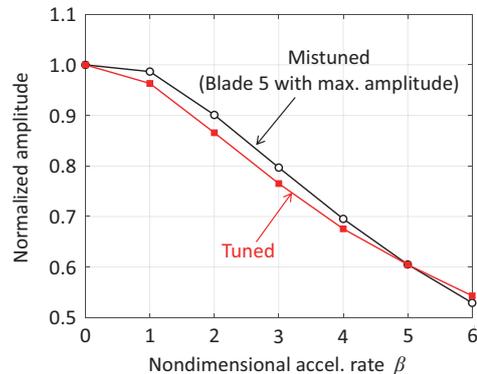


Fig. 11 Acceleration rate and the maximum amplitude of the blade with the maximum amplitude

### 3.3 共振通過時の寿命評価

タービン翼の共振通過時の疲労寿命を評価するため、昇速率をパラメータにして共振点の許容通過回数を解析した。疲労寿命の評価には、タービン翼の累積疲労寿命の評価に使用されるBagci線図<sup>(2),(8)</sup>を利用しており、ここでは、昇速率と共振点の許容通過回数の相対評価を目的にしているため、疲労強度や疲労強度低下係数の値には文献(8)に記載してある数値をそのまま使用している。Fig. 12に累積疲労寿命の評価に使用したBagci線図を示す。また、静応力や振動応力に関して、以下の仮定をしている。

- (1) 共振点通過時の疲労強度評価点（翼付け根部）の静応力は300MPaと仮定する。
- (2) 翼先端部の振動変位と疲労強度評価点の振動応力は比例すると仮定し、下記の4ケースについて共振点の許容通過回数を評価する。

Case A：チューン系が完全共振（ $\beta=0$ ）したときの疲労強度評価点の振動応力が40MPa

Case B：50MPa, Case C：60MPa, Case D：70MPa

Fig. 13に、ワーストミチューン系の最大振幅翼（Blade 5）の共振点通過時の時刻歴波形と発生振幅のヒストグラムを示す。Fig. 14は、Fig. 12のBagci線図とFig. 13のヒストグラムを使用して、共振点の許容通過回数を求めた結果を示している。Fig. 14では、昇速率 $\beta$ の値を0.5ピッチで変更して共振点の許容通過回数を求めており、破線は許容通過回数が $\infty$ になることを示している。Fig. 14に示すように、昇速率を変更することにより、共振点の通過回数を大幅に改善できる。

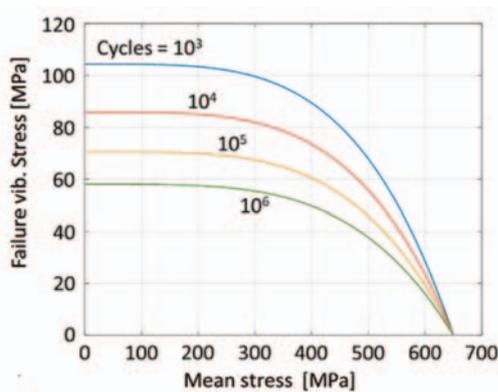
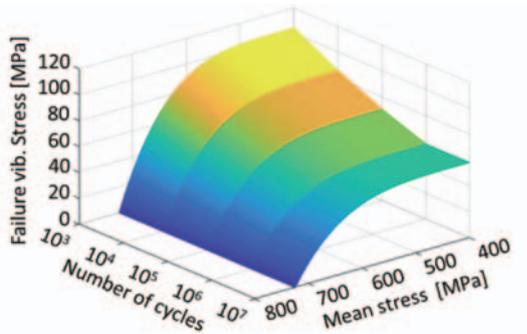


Fig. 12 Fatigue failure surface defined by Bagci line<sup>(8)</sup>

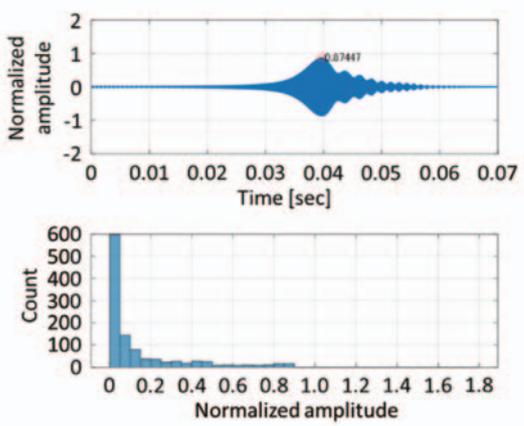
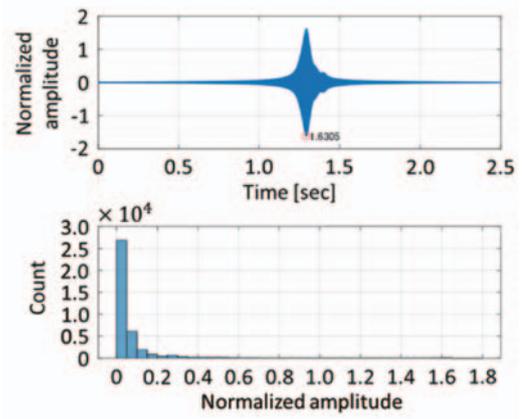


Fig. 13 Transient response and amp. count of blade 5

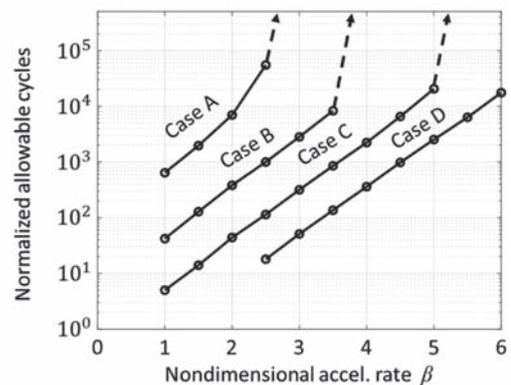


Fig. 14 Normalized acceleration rate and allowable cycles

4. 結論

本研究では、低次元モデルSNMとモーダル法を適用して、ミスチューンを有する翼・ディスク系が共振点を通る時の過渡応答解析を行った。具体的には、まず、モンテカルロ法を適用して定常周波数応答解析を行い、共振応答が最大になるミスチューン分布を求めた。つぎに、このミスチューン系に対して共振通過時の過渡応答解析を行い、共振通過速度や翼・ディスク系の減衰が共振通過時の応答に及ぼす影響を調査した。さらに、タービン翼に使用される典型的な疲労限度線図（Bagci線図）

を利用して共振通過速度と寿命の関係を評価した。その結果、以下の結論が得られた。

- (1) 低次元モデルSNMとモーダル法を適用することにより、共振点通過時の過渡応答解析を、ばね・質量モデルと同等の計算時間で、大規模なFEA解析と同等の精度で、効率良く行うことができる。
- (2) 共振通過時の振幅倍率（共振通過時の発生振幅と完全共振時の振幅比）には、昇速率と減衰が関係しており、昇速率が大きくなるほど、また減衰が小さくなるほど振幅倍率は低下する。
- (3) 無次元昇速率 $\beta$ を用いて昇速率と発生振幅の関係を整理すると、減衰が異なる場合にも同一のカーブを使用して共振通過時の振幅を予測できる。
- (4) ミスチューン系の最大振幅翼に対しては、昇速率を増加したときの振幅低減率は、チューン系の振幅低減率と大差がない。従って、ミスチューンがある翼・ディスク系の共振通過時の応答を評価する場合には、チューン系に対する振幅低減率を使用して発生する最大振幅を予測できる。
- (5) 共振通過速度を増加すると、共振点の許容通過回数は大幅に改善できる。従って、共振点通過速度の変更は、可変速機の信頼性向上対策として有効である。

#### 参考文献

- (1) Harris, C. M., Shock and Vibration Handbook, 3rd ed. (1987), pp. 24-1 ~ 24-34. McGraw Hill.
- (2) Rao, J. S., Turbomachinery Blade Vibration (1991), pp. 324-333. John Wiley & Sons.
- (3) Rao, J. S., Ratnakar, R., Suresh, S. and NarayanJ, R., A Procedure to Predict Influence of Acceleration and Damping of Blades Passing through Critical Speeds on Fatigue Life, Proceedings of ASME Turbo Expo 2009, GT2009-59433 (2009), pp. 1-9.
- (4) Hartung, A., A Numerical Approach for the Resonance Passage Computation, Proceedings of ASME Turbo Expo 2010, GT2010-22051 (2010), pp. 1-6.
- (5) Srinivasan, A. V., Flutter and Resonant Vibration Characteristics of Engine Blades, Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Gas turbine and Power, Vol. 119, No. 4 (1997), pp. 742-775.
- (6) Seinturier, E., Lombard, J., Berthillier, M. and Sgarzi, O., Turbine Mistuned Forced Response Prediction: Comparison with Experimental Results, Proceedings of ASME Turbo Expo 2002, GT2002-30424 (2002), pp. 1-10.
- (7) Seinturier, E., Lombard, J., Dumas, M., Dupont, C., Sharma, V. and Dupeux, J., Forced Response Prediction: Methodology for the Design of HP Compressors Bladed Disk, Proceedings of ASME Turbo Expo 2004, GT2004-53372 (2004), pp. 1-10.
- (8) Sextro, W., Panning-von Scheidt, L., Gotting, F. and Popp, K., Fast Calculation of the Statistics of the Forced Response of Mistuned Bladed Disk Assemblies with Friction Contacts, Proceedings of ASME Turbo Expo 2002, GT2002-30427 (2002), pp. 1-10.
- (9) Martel, C., Corral, R. and Llorens, J. M., Stability Increase of Aerodynamically Unstable Rotors Using Intentional Mistuning, Transactions of the ASME, Journal of Turbomachinery, Vol. 130 (2008), pp.011006-1 ~ 011006-10.
- (10) Ayers, J. P., Feiner, D. M. and Griffin, J. H., A Reduced Order Model for Transient Analysis of Bladed Disk Forced Response, Proceedings of ASME Turbo Expo 2005, GT2005-68128 (2005), pp. 1-10.
- (11) Kaneko, Y., Study on Transient Vibration of Mistuned Bladed Disk Passing through Resonance, Proceedings of ASME Turbo Expo 2013, GT2013-94052 (2013), pp. 1-10.
- (12) Hackenberg, H-P. and Hartung, A., An Approach for Estimating the Effect of Transient Sweep through Resonance, Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 138 (2016), pp. 082502-1 ~ 082502-12.
- (13) Carassale, L., Denoëi, V., Martel, C. and Panning-von Scheidt, L., Identification of the Essential Features of the Transient Amplification of Mistuned Systems, Proceedings of ASME Turbo Expo 2020, GT2020-15693 (2020), pp. 1-10.
- (14) Carassale, L., Denoël, V., Martel, C. and Panning-von Scheidt, L., Identification of the Essential Features of the Transient Amplification of Mistuned Systems, Proceedings of ASME Turbo Expo 2020, GT2020-15693 (2020), pp. 1-10.
- (15) Yang, M. T. and Griffin, J. H., A Reduced Order Model of Mistuning Using a Subset of Nominal System Modes, ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 123 (2001), pp. 893-900.
- (16) Duan, Y., Zang, C. and Petrov, E. P., Forced Response Analysis of High-Mode Vibrations for Mistuned Bladed Disks with Effective Reduced-Order Models, ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 138 (2016), pp. 112502-1 ~ 112502-12.
- (17) 金子康智, 村上朝吉, 渡邊敏生, 鷲尾宰司, ミスチューンを有する翼・ディスク系の振動応答に関する研究 (ミスチューン特性に及ぼす翼構造の影響), 日本機械学会論文集, Vol. 185, No. 876, (2019), DOI:10.1299/transjsme.18-00398.
- (18) Rao, J. S., Pathank, A. and Chawla, A., Blade Life: A Comparison by Cumulative Damage Theories, ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 123 (2001), pp. 886-892.