

# 周方向溝型ケーシングトリートメントが 過給機用遠心圧縮機の内部流れに及ぼす影響

## Effects of Circumferential Groove Casing Treatment on Internal Flow in a Centrifugal Compressor for Turbochargers

清水 玲奈\*<sup>1</sup>  
SHIMIZU Reina

藤澤 信道\*<sup>2</sup>  
FUJISAWA Nobumichi

太田 有\*<sup>2</sup>  
OHTA Yutaka

桑田 哲平\*<sup>3</sup>  
KUWATA Teppei

佐藤 渉\*<sup>3</sup>  
SATO Wataru

沼倉 龍介\*<sup>3</sup>  
NUMAKURA Ryusuke

### ABSTRACT

The effects of circumferential groove casing treatment on the internal flow in a centrifugal compressor with a vaneless diffuser for automotive turbochargers are investigated by numerical analyses. The impeller is an open-shroud type with six main and six splitter blades. Numerical analyses under two different casing wall conditions are conducted: the original model that has no groove and the groove model that contains a circumferential groove located between the leading edge of the main blades and that of the splitter blades. Numerical results reveal that the installation of grooves improves performance and expands the stall margin. Compared with the original model, several changes in internal flow on the tip side near the groove are observed in the groove model. Particularly, the generation of a longitudinal vortex near the groove is considered to attribute performances by suppressing the backflow expansion of the tip leakage flow at the near-stall point.

キーワード：遠心圧縮機，ケーシングトリートメント，数値解析，翼端漏れ渦，旋回失速

Key words : Centrifugal Compressor, Casing Treatment, CFD, Tip Leakage Vortex, Rotating Stall

### 1. 緒言

近年の排ガス規制や燃費規制によるエンジンの小型化により、自動車用過給機の需要が急増している。しかし、過給機の構成部品として多く用いられている遠心圧縮機は、旋回失速やサージなどの不安定現象により作動範囲が制限されることから、不安定現象の抑制は重要な課題となっている。翼端近傍の流れによって形成される旋回失速の初生を遅らせるものとして、ケーシング壁面に周方向均一に加工を施す周方向溝型ケーシングトリートメント（以下CT）がある。効果的なCT形状の設計指針を確立するために、CTが流れ場に及ぼす影響や旋回失速の抑制メカニズムの解明が求められている。

軸流圧縮機における周方向溝型CTの研究として、佐久間ら<sup>(1)</sup>は数値解析を用いて内部流れ場を調査した。溝直下の翼負荷を減少させることで翼端漏れ渦の振動を抑

制し、ブロッケージ領域を低減させることが周方向溝型CTによる旋回失速の抑制メカニズムであると報告した。一方、遠心圧縮機を対象とした周方向溝型CTの旋回失速抑制メカニズムについて、Ohら<sup>(2)</sup>は翼端漏れ流れの流量減少に起因すると述べている。またBareißら<sup>(3)</sup>は軸方向4箇所周方向溝を施した遠心圧縮機を対象とした研究において、翼端の漏れ流れの周方向分布の改善と翼端漏れ流れの流量減少を報告した。しかしながら、遠心圧縮機の内部流動は特徴的な幾何形状、および遠心力やコリオリ力の影響により複雑な3次元非定常流れとなっている。そのため、遠心圧縮機において周方向溝型CTを設置した際の内部流れ場の変化や、周方向溝型CTの設置によるどのような流れ構造の変化が翼端漏れ流れの挙動を改善させたのか詳細に調査した研究は少ない。

そこで本研究では、周方向溝型CTが過給機用遠心圧縮機の性能や失速余裕改善に及ぼす効果を明らかにすることを最終的な目標として、溝の設置位置や幅の異なる幾つかのケースを実験および数値解析で予め調査を行い、その中から失速余裕に改善が認められた1つのケースについて詳細なDES解析を実施した。これにより、溝内の非定常流れ場と失速抑制メカニズムを詳細に調査すると共に、更なる改善に向けて幾つかの知見が得られた。

原稿受付 2025年2月28日

査読完了 2025年6月17日

\*1 早稲田大学大学院 基幹理工学研究科 機械科学・航空宇宙専攻  
〒169-8555 新宿区大久保3-4-1

\*2 早稲田大学 基幹理工学部 機械科学・航空宇宙学科  
〒169-8555 新宿区大久保3-4-1

\*3 ㈱IHI 技術開発本部 技術基盤センター ターボ・機械要素技術部  
〒235-8501 横浜市磯子区新中原町1番地

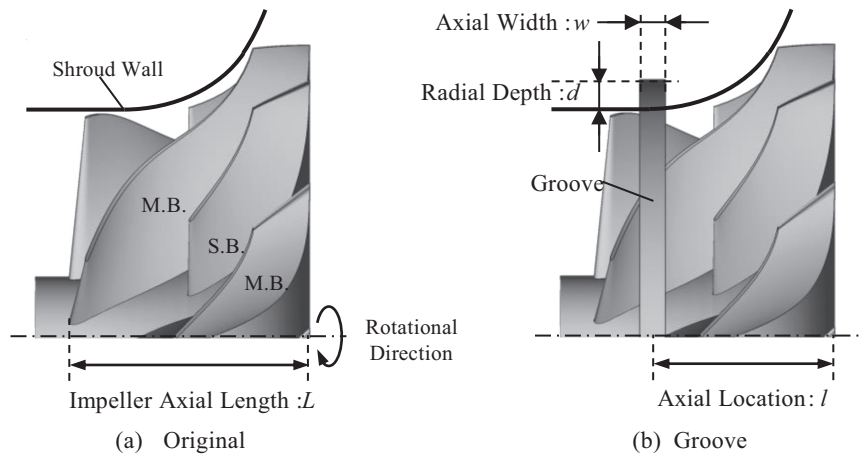


Fig. 1 Geometric Details of Impeller and Groove.

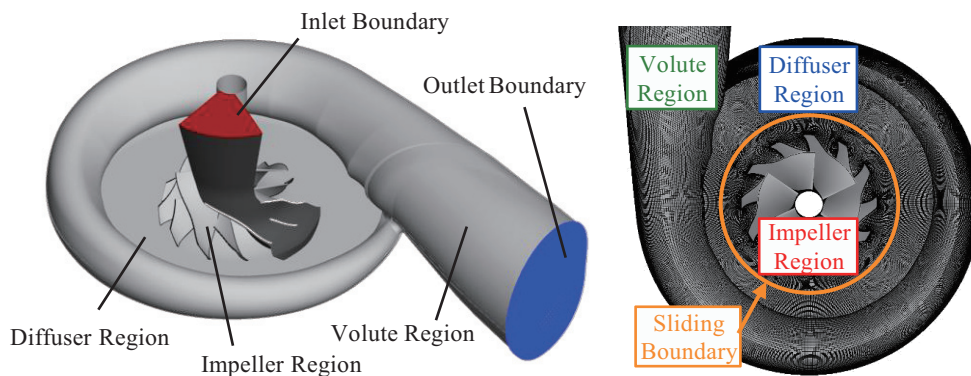


Fig. 2 Overview of Computational Region.

## 2. 解析モデル

供試圧縮機は、長翼・短翼各6枚の計12枚の翼を有する開放型羽根車、羽根なしディフューザ、渦型室により構成される遠心圧縮機である。周方向溝型CTの効果を調査するため、CTを設けないOriginalと長翼前縁部と短翼前縁部の中間付近に周方向均一な溝を設けたGrooveの2種類のモデルを用いた。供試圧縮機と溝に関する主な仕様をTable 1に、各モデルの羽根車と溝領域の幾何形状をFig. 1に示す。

## 3. 数値解析手法

本研究では羽根車、ディフューザ、渦型室を含む圧縮機全体を計算領域とし、in houseコードを用いて非定常数値解析を実施した。

支配方程式は連続の式、3次元圧縮性Navier-Stokes方程式、エネルギー保存式、および理想気体の状態方程式であり、有限体積法に基づき離散化した。対流項にはMUSCL法 (Monotone Upwind Scheme for Conservation Laws)<sup>(4)</sup>により高次精度化したSLAU (Simple Low dissipative AUSM)<sup>(5)</sup>を用い、粘性項はガウスの発散定理に基づく2次精度中心差分で評価した。また、時間積分にはMFGS陰解法 (Matrix Free Gauss Seidel) を使用し、乱流モデルにはSST  $k-\omega$ <sup>(6)</sup>に基づくDES (Detached Eddy Simulation) を採用した。

Table 1 Design Specifications of Tested Compressor.

| Tested Centrifugal Compressor             |               |
|---|---------------|
| Rotational Speed $N$                      | 170,000 rpm   |
| Impeller                                  |               |
| Number of Blades $Z$<br>(Main + Splitter) | 12<br>(6 + 6) |
| Axial Length $L$                          | 18.5 mm       |
| Vaneless Diffuser                         |               |
| Outlet Diameter $D$                       | 92.9 mm       |
| Groove                                    |               |
| Axial Width $w$                           | 10.6% of $L$  |
| Radial Depth $d$                          | 2.8% of $D$   |
| Axial Location $l$                        | 75.6% of $L$  |

解析格子の概略図をFig. 2に示す。格子点数は羽根車領域が約2160万点、ディフューザ領域が約350万点、渦型室領域が約790万点、溝領域が約150万点である。総格子点数はOriginalで3300万点、Grooveで3400万点である。壁面上の最小格子幅は、壁関数 $y^+$ が1以下を満たすように十分小さく設定した。羽根車、溝領域は相対系、ディフューザ、渦型室領域は絶対系で取り扱った。羽根車領域とディフューザ領域の接合面にはスライディングメッシュを用いた一次元線形近似により各保存量を補間した。また、溝領域は相対系で計算しているため、スライディ

ングメッシュなどはいずれに相対系である羽根車領域と物理量の単純な受け渡しを行っている。入口境界条件は全温全圧固定、出口境界条件は質量流量固定とした。

## 4. 結果および考察

### 4.1 圧縮機性能

Fig. 3に試験および数値解析から得られた圧縮機性能を示す。流量係数 $\phi$ 、全圧上昇係数 $\psi$ はそれぞれ以下のように定義される。

$$\text{流量係数: } \phi = \frac{Q}{Au_t} \quad (1)$$

$$\text{全圧上昇係数: } \psi = \frac{P_{t,out} - P_{t,in}}{\rho u_t^2 / 2} \quad (2)$$

ただし、 $Q$ :入口体積流量、 $A$ :入口断面積、 $u_t$ :羽根車周速、 $P_{t,in}$ :入口全圧、 $P_{t,out}$ :出口全圧、 $\rho$ :大気密度。

Fig. 3より数値解析結果は試験結果に比べて全圧上昇を過大に評価する傾向にあるものの、低流量側ではGrooveがOriginalに比べて圧力上昇が高いという点は一致している。数値解析結果について、OriginalではPoint Cで圧力上昇が大きく低下している。Fig. 4に Point Cにおける長翼前縁部の断面における各モデルの相対流速分布を示す。Fig. 4 (a)よりOriginalでは翼端に局所的な低速領域(失速セル)が発生し、羽根車の回転速度

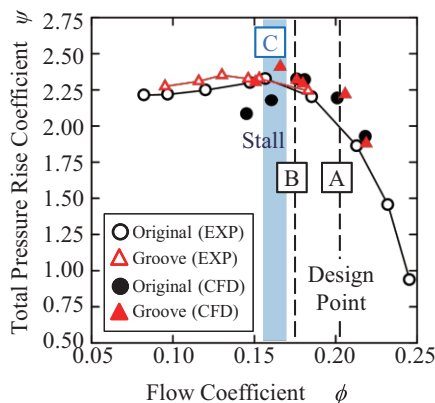


Fig. 3 Compressor Performance.

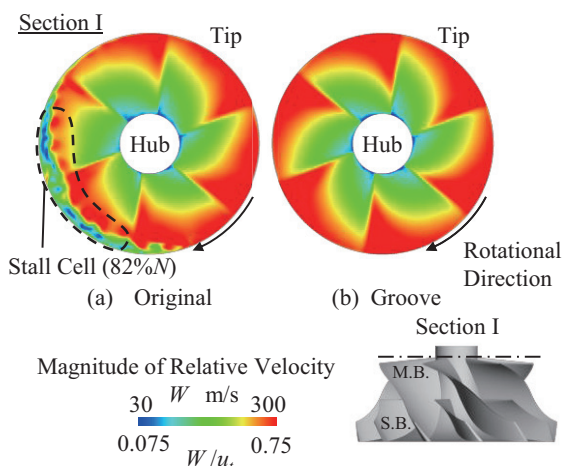


Fig. 4 Relative Velocity Distribution at Section I in Point C.

の約82%の速度で回転している様子が確認された。一方、GrooveではFig. 3よりPoint Cにおいても圧力上昇が増加していることがわかる。Fig. 4 (b)より翼端に低速領域は見られず安定して作動している様子が確認できる。したがって、CTの設置による回転失速の抑制と失速余裕の拡大が確認された。これよりPoint Aの $\phi = 0.20$ で設計点、Point Bの $\phi = 0.17$ はOriginalの失速近傍点、Point Cの $\phi = 0.16$ はOriginalで回転失速発生点であることがわかる。

### 4.2 Originalモデルにおける失速特性

供試圧縮機での失速特性を明らかにするために、Originalモデルに着目し、回転失速が発生する直前の流量であるPoint Bで内部流れ場を調査した。Fig. 5 (a)に長翼前縁部の断面I、(b)に短翼前縁部の断面IIでの相対流速分布を示す。Point BではFig. 5 (a)より長翼前縁では回転失速は見られず周方向均一な流れ場であるが、Fig. 5 (b)より短翼前縁上流ではtip側の一部の翼間で低速領域が発達しており、長翼前縁の回転失速に先立って、短翼周りの流れ場の悪化が確認された。

近年、遠心圧縮機を対象とした研究で短翼近傍から失速が進んでいくことが報告されている。Caoら<sup>(7)</sup>は、遷音速遠心圧縮機を対象とした研究で、高速回転時にエクステューサの局所的な流量係数がインデューサの流量係数よりも低下するため、エクステューサ近傍の内部流れ場が不安定になると報告した。また、Fujisawara<sup>(8)</sup>は抽気孔を有する航空エンジン用遷音速遠心圧縮機を対象にした研究で、失速の起点が長翼前縁付近ではなく短翼前縁近傍であることを示した。本研究の供試圧縮機もこれらの報告と同様に回転失速の起点は短翼前縁近傍の非定常流れにあると考えられる。

Fig. 6に設計点であるPoint Aと失速点近傍点であるPoint Bにおけるスパン95%断面に投影した流線と子午面方向流速分布を示す。スパン95%は翼端隙間中央部に

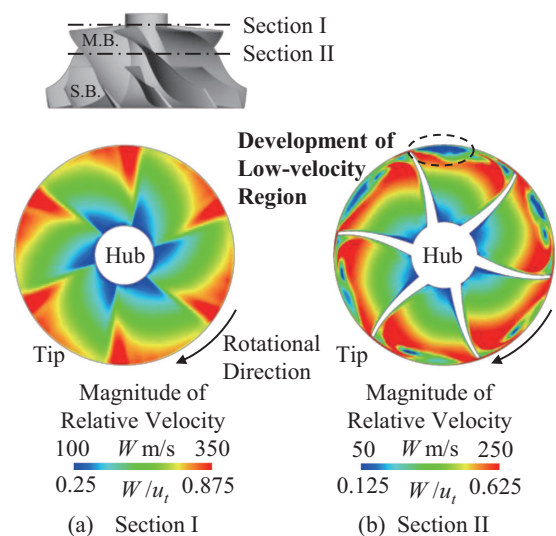


Fig. 5 Relative Velocity Distribution at Section I and Section II in Point B (Original).

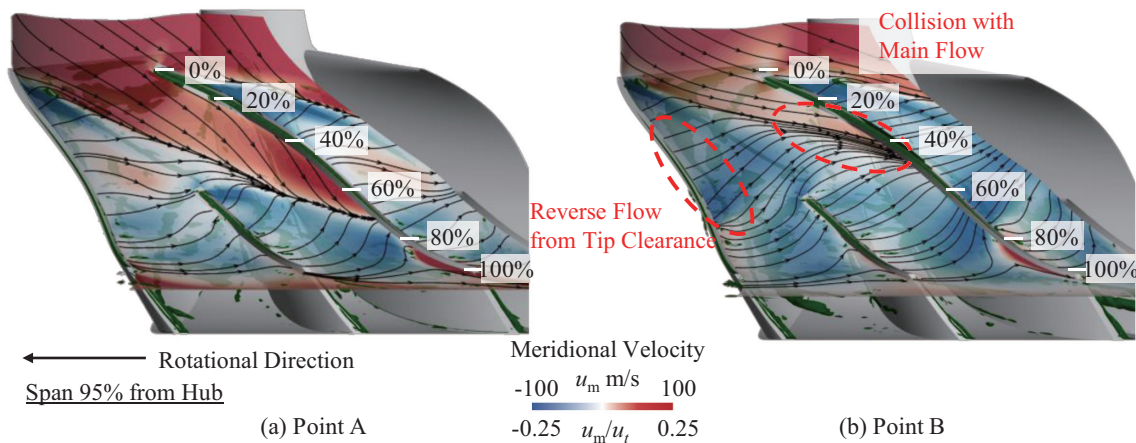


Fig. 6 Meridional Velocity Distribution and Streamlines on Span 95% Height from Hub in Point A and B(Original).

該当するスパン高さである。なお、Point Bでは周方向不均一性が見られた。そのため作動点比較を行うにあたって、Fig. 6は羽根車1周分の時間分のデータを時間平均し、翼間毎の差を均すために6翼間平均を適用して可視化を行った。Fig. 6より長翼midchordからの翼端漏れ流れが隣接長翼に向かって逆流し、上流からの主流と衝突している。この翼端漏れ流れの逆流がFig. 5 (b)で見られた短翼前縁の低速領域の原因である。Fig. 6 (b)の隣接翼正圧面側流路ではChord60%付近で子午面方向流速が負に大きくなっているのが確認できる。隣接翼負圧面側流路でも同様のChord位置で大きく逆流しており、翼端漏れ流れの逆流は翼端隙間を通して隣接翼間にも影響を及ぼしていることが確認される。またPoint Aと比較してPoint Bでは、翼端漏れ流れの子午面方向流速が負に大きくなっており、主流との衝突境界が上流へと遡っている。より低流量側の作動点であるPoint Cでは翼端漏れ流れの逆流が隣接長翼前縁にまで達しspillageが発生しているのが確認されており、翼端漏れ流れの上流への拡大がPoint Cでの失速セル形成の原因に繋がると考えられる。

4.3 溝の効果

周方向溝型CTの設置が溝に与える影響を調査するためにOriginalとGrooveの内部流れ場の比較を行った。なお、Fig. 6と同様に時間・空間平均処理を施した流れ場で調査を行った。Fig. 7に両モデルでのブロックage率のChord分布の比較を示す。流れに直交する断面での流路面積のうち、子午面方向流速が負となる逆流領域の面積の割合をブロックage率とした。Fig. 7 (a)より設計点のPoint Aでは2つのモデルに顕著な違いは見られない。一方、Fig. 7 (b)より失速点近傍のPoint Bでは、特に溝より下流でGrooveがOriginalに比べてブロックage率が小さくなっていることが確認できる。

そこで、Point Bにおいて両モデルでのスパン95%断面に投影した流線と子午面方向流速分布をFig. 8に示す。Fig. 8よりGrooveではOriginalに比べて長翼midchordの

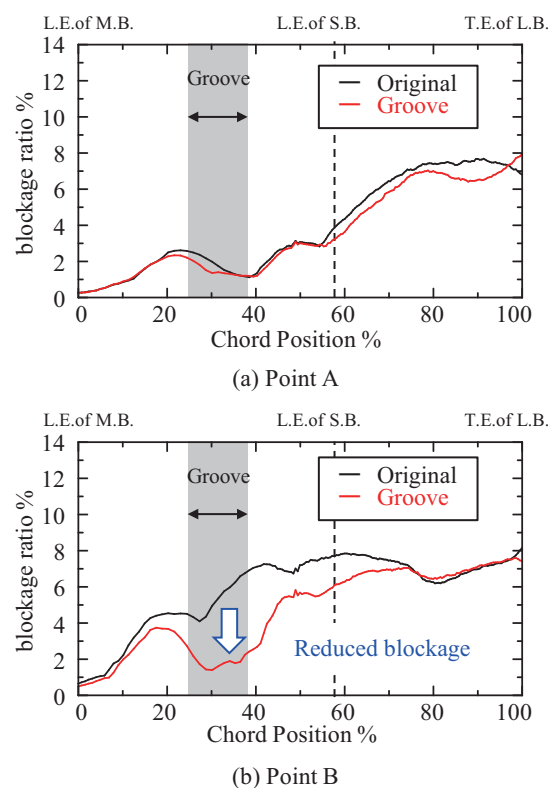


Fig. 7 Blockage Ratio Distribution in Original and Groove.

翼端漏れ流れの逆流が抑制されており、主流との衝突位置はOriginalではChord40%に位置しているのに対しGrooveではChord60%まで下流に移動している。以上から周方向溝は、翼端漏れ流れの逆流抑制に効果的であることがわかる。

続いて、Grooveで確認された溝による翼端漏れ流れの逆流抑制機構を調査するために、溝の設置により変化した溝付近および溝内部の流れ場について整理を行う。Fig. 9に溝近傍の翼端における流れ構造についてまとめた。Fig. 10に羽根車内の渦構造を示す。渦芯についてはCritical Point法を用いて同定し、無次元ヘリシティで色付けした。

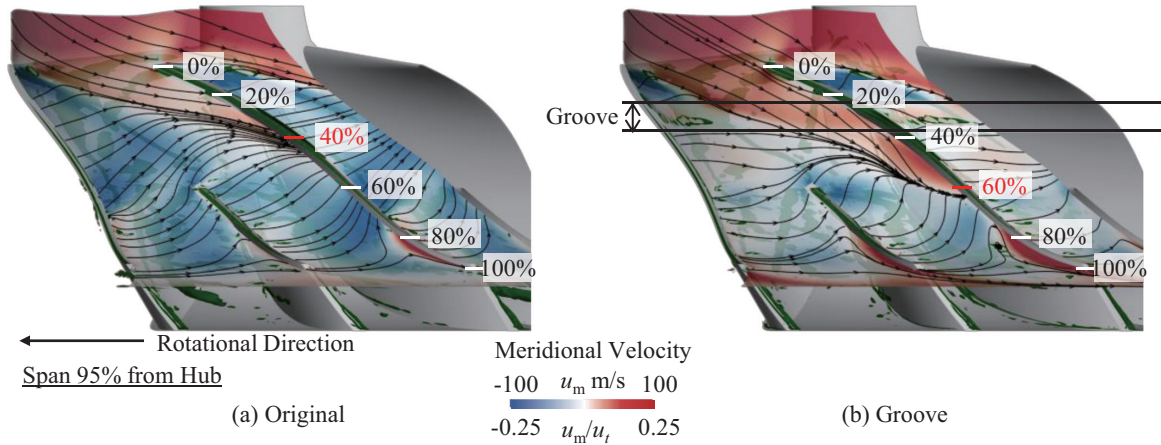


Fig. 8 Meridional Velocity Distribution and Streamlines on Span 95% Height from Hub in Point B.

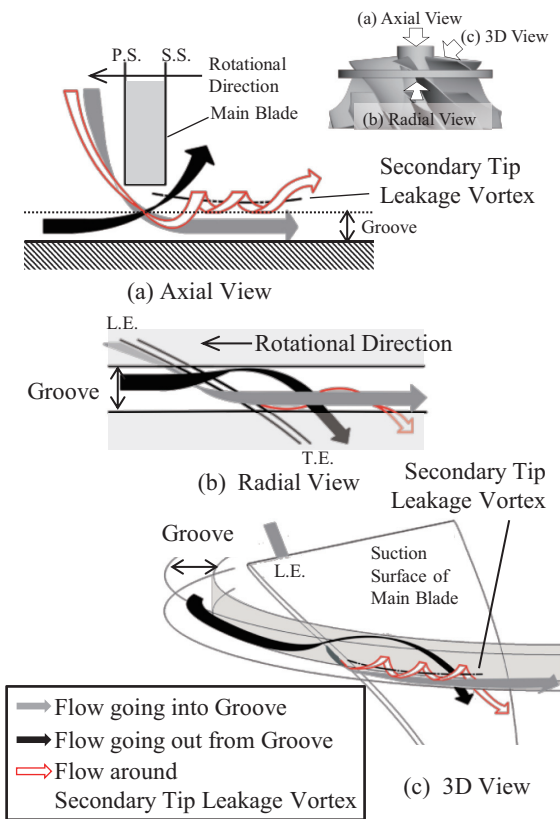


Fig. 9 Schematic Diagram of Flow around Groove.

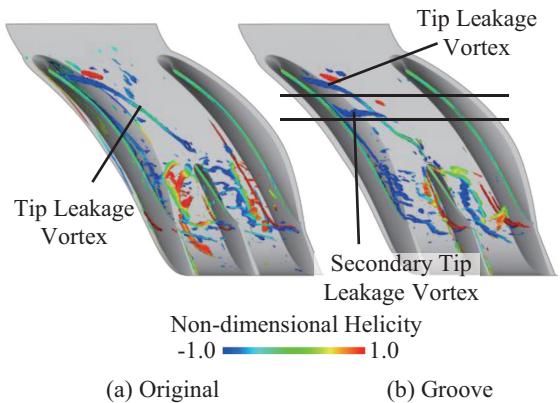
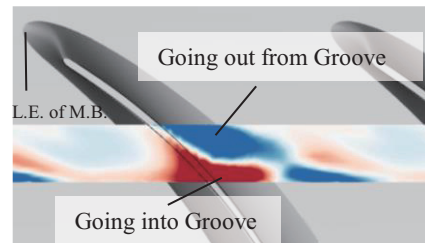
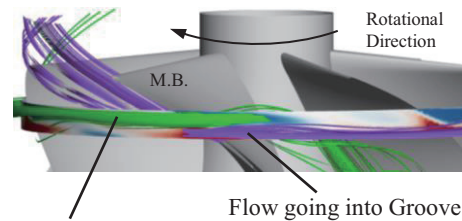


Fig. 10 Vortex Structures within Impeller Passage.

Boundary Surface between Impeller and Groove Region



(a) Radial Velocity Distribution



(b) Streamlines through the Surface

Fig. 11 Radial Velocity Distribution and Streamlines on Boundary Surface between Impeller and Groove Region.

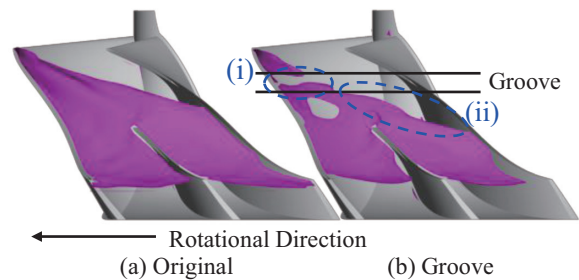


Fig. 12 Iso-surface of Meridional Velocity=0 m/s in Point B.

Fig. 10よりOriginalでは長翼の前縁から発生する翼端漏れ渦が見られるのに対し、Grooveでは翼端漏れ渦とは別に、溝付近から新たな縦渦が発生しているのが確認できる、この縦渦は軸流圧縮機に周方向溝型CTを設置した佐久間ら<sup>9)</sup>によって「2つ目の翼端漏れ渦」として報告されている。本研究ではこの縦渦を「2次翼端漏れ渦」と呼称し、Fig. 9では渦芯を一点破線、周りの渦巻く流れを赤色の矢印で示す。

Fig. 11 (a)に溝領域と羽根車領域の境界面での半径方向流速分布を示す。半径方向流速はスパン方向外側に向かう方向を正、内側に向かう方向を負とする。翼が通過する際に溝の上流側で溝から羽根車への吹き出し流れ、下流側で羽根車から溝へと吹き込み流れが確認できる。Fig. 11 (b)に溝・羽根車領域境界面を通過する3次元流線を可視化した。緑色の流線はFig. 11 (a)にて半径方向流速が負の領域を通過するものであり、溝内を旋回していた流れが長翼負圧面に向かって吐出することがわかる。一方、紫色の流線は半径方向流速が正の領域を通過するものであるが、長翼正圧面から溝に吹き込んだ流れは、すぐには流路に吐出されずに周方向に流され、複数翼間溝内を旋回する様子が確認された。Fig. 9では黒色の矢印で吹き出し流れを、灰色の矢印で吹き込み流れを示している。赤色の矢印で示す2次翼端漏れ渦の周りを渦巻く流れのように長翼通過時に溝に入りその後すぐに流出するような流れも一部見られるが、溝を出入りする流れの大部分は灰色や黒色で示すような溝内を旋回する流れである。

続いて2次翼端漏れ渦の発生機構について考察する。2次翼端漏れ渦は、溝直下の翼端漏れ流れが長翼負圧面で渦巻くことによって形成される。これは溝直下の翼端漏れ流れの直上を溝からの吹き出し流れが通過するためである。逆流方向へと向かう翼端漏れ流れが速度差を持って吹き出し流れと干渉し、その境界面に速度せん断

による渦層が形成され、この渦層の巻き上がりによって2次翼端漏れ渦が発生すると考えられる。

溝の設置が及ぼした翼端での流れ場の変化が失速点近傍であるPoint Bにて、どのようにして翼端漏れ流れの逆流を抑制したのか調査を行った。Fig. 12に示すのがPoint Bにおける子午面方向流速が0 m/sの等値面であり、逆流領域を表している。Fig. 12 (a)Originalと(b) Grooveを比較すると、Grooveでは(i)と(ii)に示す2箇所の領域での逆流領域の縮小が確認できる。(i)の溝の位置での逆流領域の縮小に関しては、Fig. 9で黒色の矢印で示す溝からの吹き出し流れによるものである。溝からの吹き出し流れが、前述に述べたように2次翼端漏れ渦の形成に寄与しており、その際に溝直下で逆流領域を分断

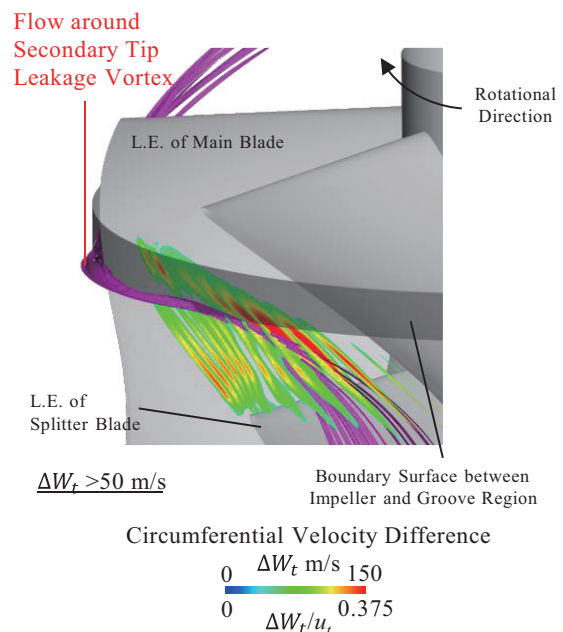


Fig. 13 Circumferential Velocity Difference Distribution and Streamlines in Point B.

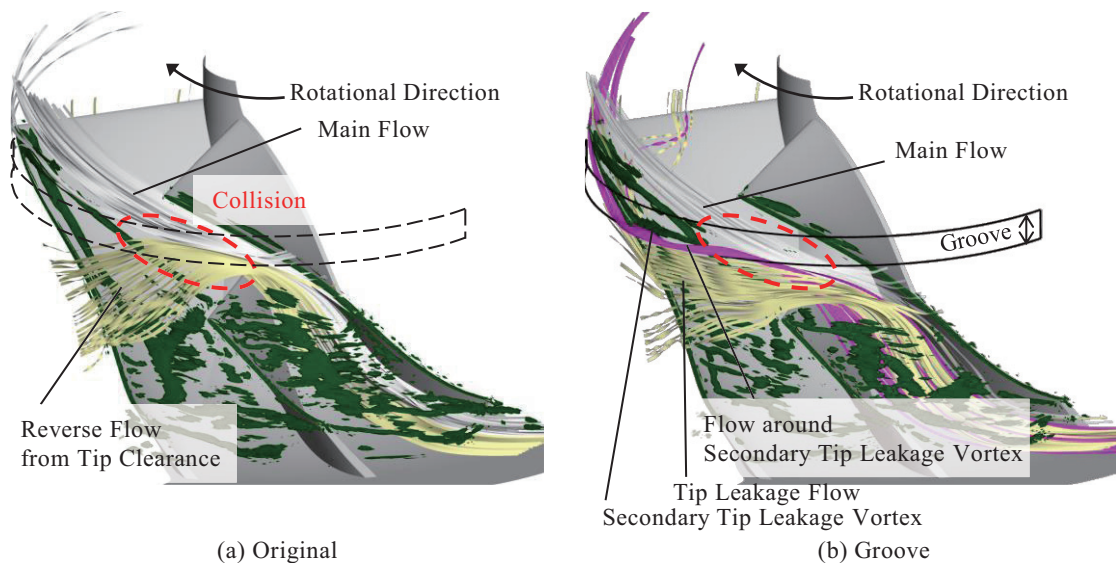


Fig. 14 Streamlines in Tip Side and Vortex Structures in Point B.

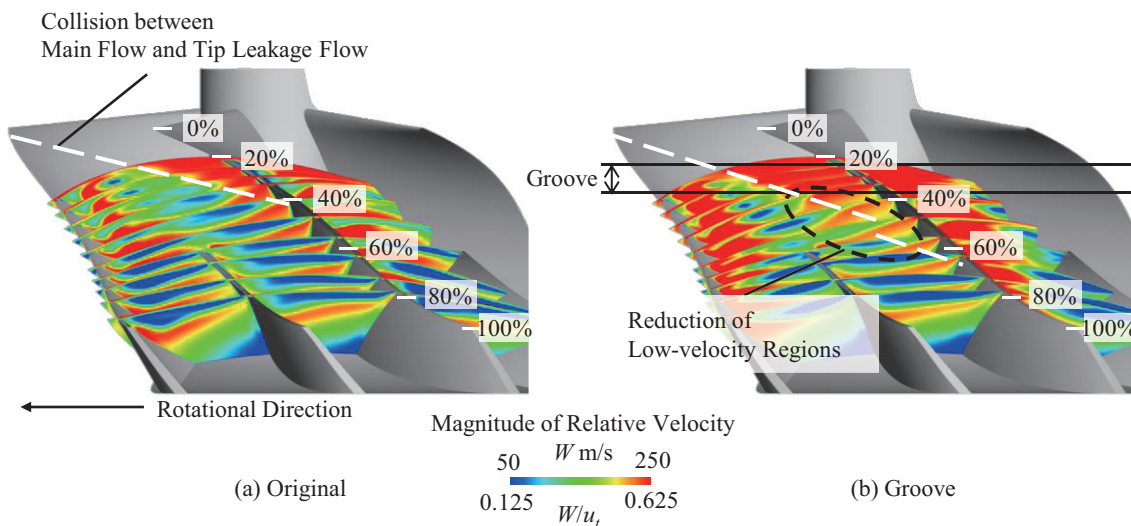


Fig. 15 Relative Velocity Distribution in Point B.

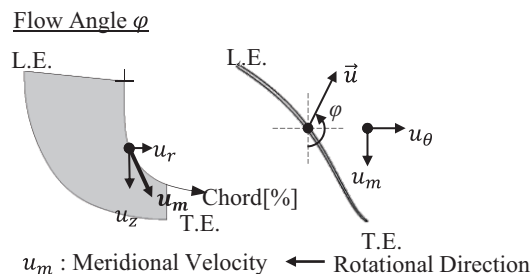
した様子が確認できる。

一方, Fig. 12 (b)Grooveの(ii)の溝の設置による逆流領域縮小については2次翼端漏れ流れの影響だと考えられる。2次翼端漏れ渦とその周囲の流れの影響の調査を目的とし, Fig. 13にPoint Bにおける回転系での周方向流速差分 $\Delta W_t$ の分布とGrooveでの流線を示す。周方向流速差分 $\Delta W_t$ はGrooveとOriginalの周方向流速の差分をとったもので, 以下のように定義される。

$$\Delta W_t = W_{t\_Groove} - W_{t\_Original} \tag{3}$$

ただし,  $W_{t\_Groove}$ : Grooveでの周方向流速,  $W_{t\_Original}$ : Originalでの周方向流速とする。Fig. 13では視認性のために $\Delta W_t > 50$  m/sの領域のみを可視化している。また流線はFig. 9で赤色の矢印で示した2次翼端漏れ渦の周りを渦巻く流れを示す。短翼前縁上流に周方向流速差分 $\Delta W_t$ が高い領域, すなわち溝の設置によって周方向流速が増加した領域が見られる。この領域に2次翼端漏れ渦の周りの流れが通っているのが確認できる。したがって溝の設置によって2次翼端漏れ渦およびその周りの流れが形成され, これらがFig. 12 (b)の(ii)に示した逆流領域を縮小させる効果があると考えられる。Fig. 14にPoint BにおけるTip側での流線と渦構造を示す。Fig. 14 (a)よりOriginalでは長翼midchordからの翼端漏れ流れが逆流し, 上流からの主流と短翼前縁上流にて衝突している様子が確認できる。一方, Fig. 14 (b)よりGrooveではOriginalと比べて翼端漏れ流れが上流まで逆流していない。代わりに2次翼端漏れ渦とその周りの流れの流線が通ることにより, 主流との衝突が抑えられている。2次翼端漏れ渦とその周りの流れは大きな周方向流速成分を持つため, 翼端漏れ流れを周方向に流し, 主流との衝突を軽減する効果があると考えられる。

Fig. 15にPoint Bでの相対流速分布のOriginalとGrooveの比較を示す。白色の点線で示すのはFig. 8での



Tip Leakage Flow

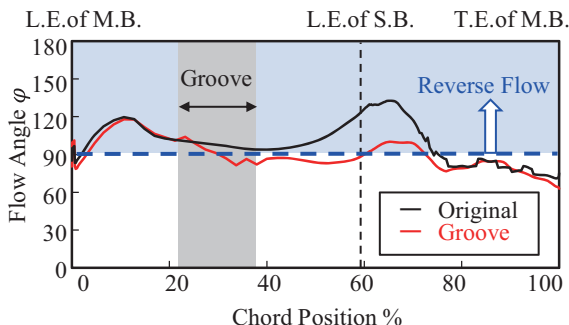


Fig. 16 Flow Angle Distribution of Tip Leakage Flow of Original and Groove in Point B.

主流と翼端漏れ流れの逆流の衝突位置である。Fig. 16にはPoint Bにおける両モデルの翼端漏れ流れの流れ角のChord分布の比較を示す。Fig. 15より, 衝突位置に沿って低速領域が広がっていることが確認される。Fig. 15 (a)Originalと (b) Grooveを比較すると, GrooveではOriginalと比較して隣接翼の正圧面側流路の低速領域が小さくなっている。溝の設置によって衝突が軽減されて主流が通過しやすくなり, また2次翼端漏れ渦とその周囲の流れが翼端近傍の低流速域を回復させるためであると考えられる。

Fig. 16の翼端漏れ流れの流れ角分布に関して, Originalでは短翼前縁を中心に流れ角が90°を超えて大きく逆流している様子が確認されるが, GrooveではChord

の40%から70%にかけて流れ角が小さくなり90°程度に抑えられている。これは主流と逆流の衝突位置がOriginalのChord40%からGrooveのChord60%に下流へ移動したことに起因する。さらに、Fig. 15よりGrooveでは正圧面側流路の低速領域が小さくなった結果、隣接翼の負圧面側流路でもtip側の低速領域が軽減された。翼端漏れ流れの流れ角の改善により、正圧面側流路の低速領域の軽減が翼端隙間を通して隣接翼間にも影響を及ぼしている。隣接翼間に着目し、Fig. 8 (b) Grooveを(a) Originalと比較すると、隣接翼負圧面側流路でもChord40%から60%付近で逆流が軽減されている様子が確認できる。翼端漏れ流れの流れ角の改善により、隣接翼間での主流との衝突も低減されると考えられる。

以上より、Fig. 12 (b) Grooveの(i)と(ii)の2箇所の逆流領域の縮小について、(i)は吐き出し流れの、(ii)は2次翼端漏れ渦の効果であることが得られた。しかし、吐き出し流れと2次翼端漏れ渦による2箇所の逆流領域の縮小はそれぞれ独立したのではなく、吐き出し流れが2次翼端漏れ渦の形成を促し、2次翼端漏れ渦が翼端近傍を通過することで逆流を抑制するという一連のプロセスとして理解される。

最後に本研究での調査を受けて、周方向溝型CTの幾何形状に関する設計指針を考察する。溝内部には周方向に旋回する流れが存在した。これが流路へ吐き出される際に2次翼端漏れ渦が形成されることで逆流が抑制されることから、溝は一定以上の幅が必要だと考えられる。また子午面方向の溝の設置位置に関して、溝直下から逆流抑制の効果が見られたため、より短翼前縁に近い位置に周方向溝を設置することにより更に下流で翼端漏れ流れの逆流を抑制する効果が期待できるが、これらの検証は今後の研究課題としたい。

## 5. 結言

過給機用遠心圧縮機を対象とし、周方向溝型CTが内部流れ場に及ぼす影響をOriginalとGrooveの2つのモデルに対し非定常数値解析を行うことで調査した。得られた知見を以下に示す。

- (1) 周方向溝型CTを設置することで旋回失速が抑制され、失速余裕が拡大する。
- (2) Originalでは長翼での旋回失速に先立ってtip側の短翼前縁付近に低速領域が発達する。この低速領域は長翼midchordからの翼端漏れ流れの逆流と主流との衝突に起因しており、失速セル形成の原因となる。

- (3) Grooveでは、溝内を旋回していた流れが翼通過時に、長翼負圧面に向かって羽根車流路内に吐出する。吐き出し流れが翼端漏れ流れの逆流を分断し、翼端漏れ流れが渦層を形成することで、溝の設置により新たに形成される縦渦である2次翼端漏れ渦が発生する。
- (4) Grooveでは、2次翼端漏れ渦が翼端近傍の流れ場に周方向流速を供給することで、高エネルギー流体が翼端隙間に流入し、翼端漏れ流れの逆流が抑制される。

## 参考文献

- (1) 佐久間康典, 渡辺紀徳, 姫野武洋, 加藤大, 室岡武, 周藤由香里, 周方向単一溝型ケーシングトリートメントが遷音速圧縮機に及ぼす影響, 日本ガスタービン学会誌, Vol. 42, No. 3 (2014), pp. 226-245.
- (2) Oh, M. H., Ko, J., Park, J. Y., and Choi, M., Optimization of a Circumferential Groove in a Centrifugal Compressor, International Journal of Turbo & Jet-Engines, Vol. 40, No. 4 (2023), pp. 411-424.
- (3) BareiB, S., Vogt, D. M., and Chebli, E., Investigation on the Impact of Circumferential Grooves on Aerodynamic Centrifugal Compressor Performance, Proceedings of the ASME Turbo Expo 2015, GT2015-42211 (2015).
- (4) Van Leer, B., Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme V: A Second-Order Sequel to Godunov's Method, Journal of Computer Physics, Vol. 32, No. 1 (1979), pp. 101-136.
- (5) Shima, E., and Kitamura, K., Parameter-Free Simple Low-Dissipation AUSM-Family Scheme for All Speeds, AIAA Journal, Vol. 49, No. 8 (2011), pp. 1693-1709.
- (6) Menter, F., 1993, Zonal Two Equation  $k-\omega$  Turbulence Models For Aerodynamic Flows, 23rd Fluid Dynamics, Plasmadynamics, and Lasers Conference, Orlando, FL (1993).
- (7) Cao, T., Hayashi, Y. and Tomita, I., Pressure Characteristic Rollover of a Transonic Centrifugal Impeller, ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 145, No. 12 (2023), pp.121011.
- (8) Fujisawa, N., Yamamoto, Y., Ohta, Y., Ogino, A., Nakayama, R., and Kitamura, E., Unsteady Flow Mechanism of Impeller Stall Inception in a High-Pressure Ratio Centrifugal Compressor With Bleed Slots, ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 147, No. 7 (2025), pp. 071013.
- (9) 佐久間康典, 周方向溝型ケーシングトリートメントが遷音速圧縮機の失速特性と流れ場に及ぼす影響, 東京大学, 博士論文 (2014).